中性子分離エネルギーと中性子ドリップライン原子核のダイニュートロン相関

松尾正之 (新潟大)

ダイニュートロン相関は量子クラスタリング研究の格好の対象

- 1. イントロ:なにがダイニュートロン相関を引き起こすのか?

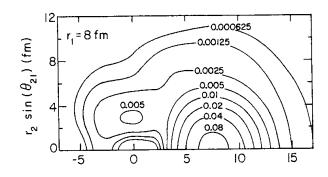
 強結合(BCS-BECクロスオーバー)、弱束縛(ドリップライン原子核)
- 2. ダイニュートロン相関と中性子分離エネルギー(弱束縛性)の関係を考察する 漸近領域(量子透過領域)におけるダイニュートロン相関 クラスター形成の測度

中性子過剰Sn 142Sn ドリップライン核 26O

ハロー原子核におけるダイニュートロン相関

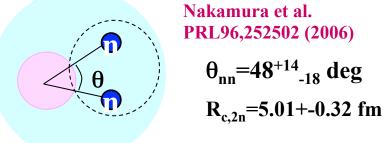
1. Spatially correlated halo neutrons and the pairing in ¹¹Li and ⁶He

G.F.Bertsch, H.Esbensen, Ann. Phys. 209(1991) 327



2. Experimental evidences, but somewhat indirect

Coulomb break-up exp. on 11Li



Charge radius

Mueller et al. PRL99,252501 (2007)

2. Efforts for more direct evidences

Two-neutron decay in 26O, Two-proton decay in 17Ne etc --- angular & momentum correlation

Knock-out reaction (p,pn) on 6He

Y. Kikuchi et al. PTEP. 216, 103D03 (2016)

引力相互作用の強度とBCS-BECクロスオーバー

Leggett 1980, Nozieres & Schmitt-Rink 1985

BEC

Interaction: Strong

In free Bound pair (boson)
space: is already formed

In medium: Condensate of bosons

BCS

Interaction: Weak

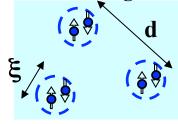
In free No bound pair is

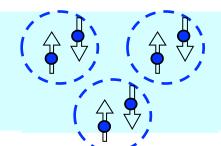
space: formed

In medium: **Bound pairs** (Cooper

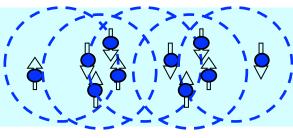
pairs) are formed, then condensate

Average distance





Crossover



Size of correlated pair

$$\xi/d = 0.2 \sim 1.10$$

$$\xi/d>1$$

Pairing gap

$$\Delta/e_{\rm F} > 1$$

$$\Delta/e_{\rm E} = 1.3 \sim 0.2$$

$$\Delta/e_F$$
<<1

$$\rho = \frac{k_F^3}{3\pi^2}$$

Scattering length a & density

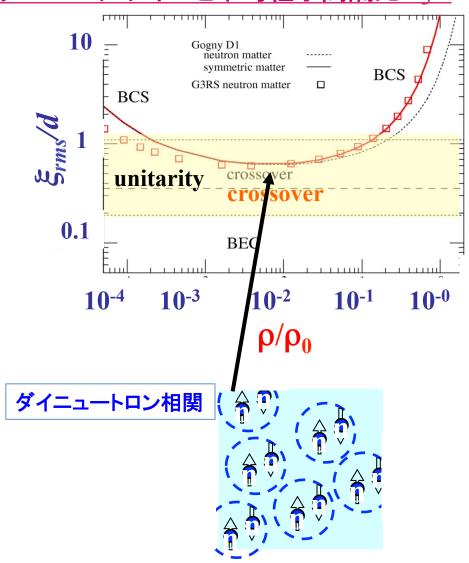
$$1/k_{\rm F}a > 1$$

$$1/k_{\rm E}a = -1 \sim 1$$

$$1/k_{\rm F}a < -1$$

希薄中性子物質における BCS-BECクロスオーバー4

クーパペアサイズと平均粒子間隔比 ξ/d

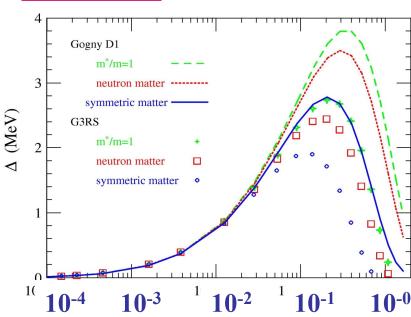


BCS-BEC crossover in a wide interval of densities

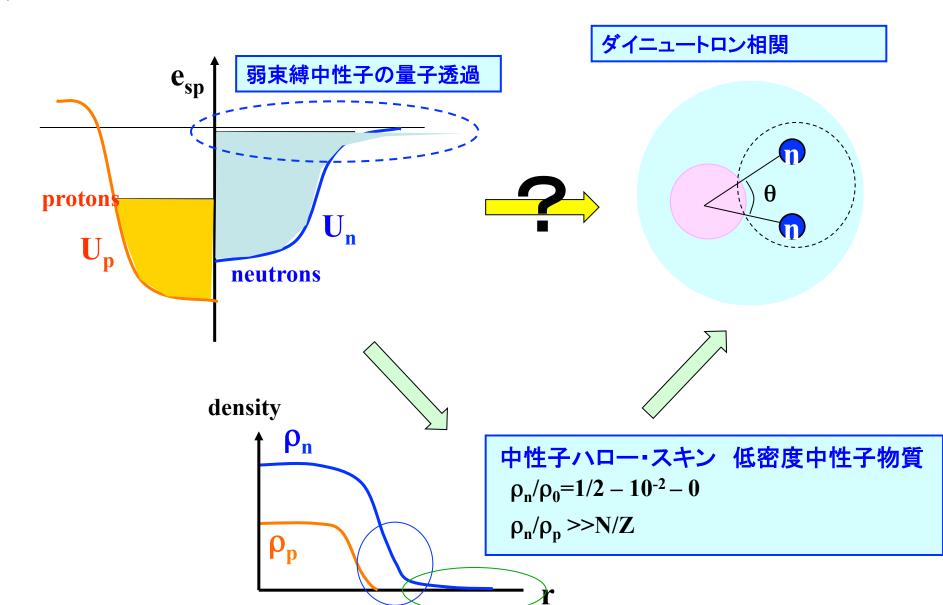
$$\rho/\rho_0 = 1/5 - 10^{-4}$$

At neutron densities in skin and halo

ペアギャップ



ドリップライン原子核でダイニュートロン相関が発達 する理由は?



Hartree-Fock-Bogoliubov理論におけるダイニュートロン相関

Hartree-Fock-Bogoliubov方程式: 系を構成する準粒子の波動関数

$$\begin{bmatrix} -\frac{\Delta}{2m} + U_{HF}(x) - \lambda & \Delta_{\text{pair}}(x) \\ \Delta_{\text{pair}}(x) & \frac{\Delta}{2m} - U_{HF}(x) + \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_i^{(1)}(x) \\ \varphi_i^{(2)}(x) \end{bmatrix} = E_i \begin{bmatrix} \varphi_i^{(1)}(x) \\ \varphi_i^{(2)}(x) \end{bmatrix}$$

1粒子密度

λ Fermi エネルギー

$$\rho(x) = \left\langle \Phi \mid \psi^{+}(x)\psi(x) \mid \Phi \right\rangle = \sum_{i} \left| \varphi_{i}^{(2)}(x) \right|^{2}$$

空孔(占有)成分i波動関数 $\phi_i^{(2)}(x)$ の確率密度の総和

クーパーペア波動関数

$$\Psi_{pair}(x,y) = \left\langle \Phi_{N+2} \mid \psi^+(x \uparrow) \psi^+(y \downarrow) \mid \Phi_N \right\rangle = \sum_i \varphi_i^{(1)}(x) \varphi_i^{(2)}(y)$$
 2個の粒子を位置x,yに付加してN+2系gsに遷移する振幅

2粒子密度 2個の粒子を位置x,yで同時に観測する確率密度



クラスター(ダイニュートロン)形成測度

$$c(x,y) = \frac{|\Psi_{pair}(x,y)|^2}{\rho(x)\rho(y)}$$

または

$$c(x,y) = \frac{\rho_2(x,y)}{\rho(x)\rho(y)}$$

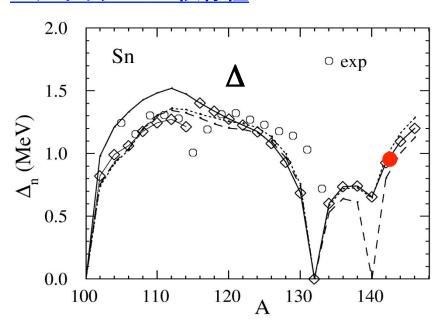
HFBによる数値計算例

¹⁴²Sn

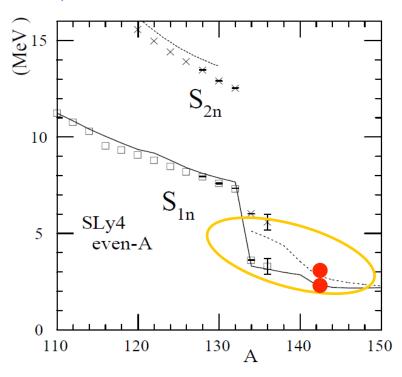
²⁶O

例1 中性子過剰核¹⁴²Sn

ペアギャップのA依存性



1n, 2n 中性子分離エネルギー



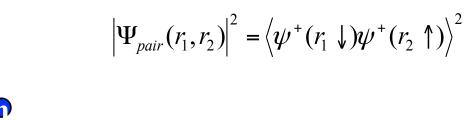
- 分離エネルギーが小さい(弱束縛)
- S_{2n}とS_{1n}の差が小さい

$$S_{2n} \sim S_{1n} \sim 2 MeV \sim 2\Delta$$

 $|\lambda| \sim \Delta \sim 1 MeV$

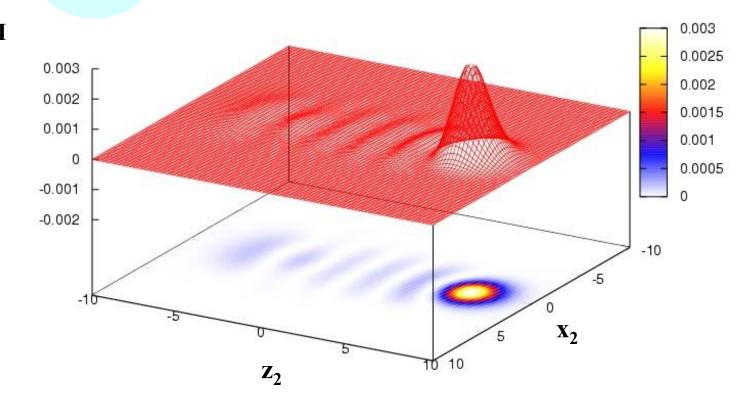
クーパーペア波動関数(密度分布)

 r_1 =7fm fixed

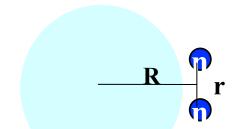


¹⁴²Sn

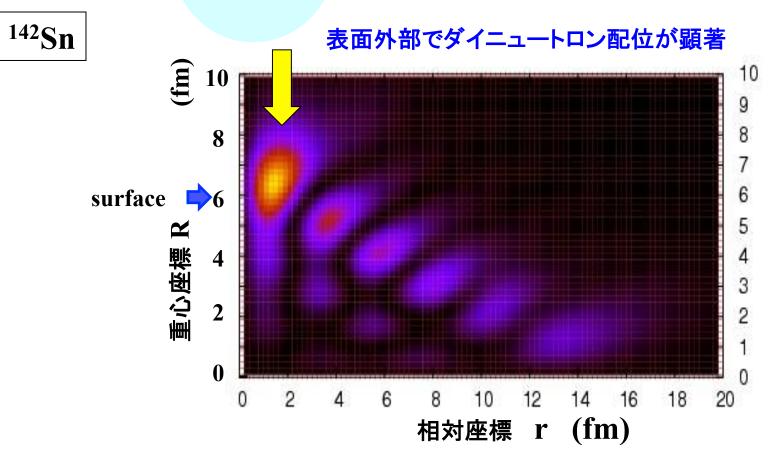
SLy4, DDDI



クーパーペア密度分布(重心・相対座標)



 $\rho_{pair}(R,r) = R^{2} r^{2} \int d\Omega |\Psi_{pair}(\vec{R} - \frac{\vec{r}}{2}, \vec{R} + \frac{\vec{r}}{2})|^{2}$



例2 "ドリップライン原子核" ²⁶O

Experiment

18keV above threshold

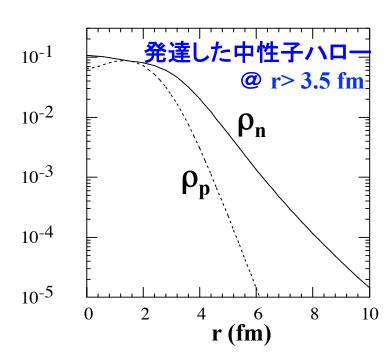
Barely unbound nuclei beyond the drip-line Y.Kondo et al. PRL116, 102503 (2016)

Model adjustment

Woods-Saxon potential interpolating Hagino-Sagawa PRC93,034330(2016) for 26O Bohr-Mottelson vol.2 for 16O



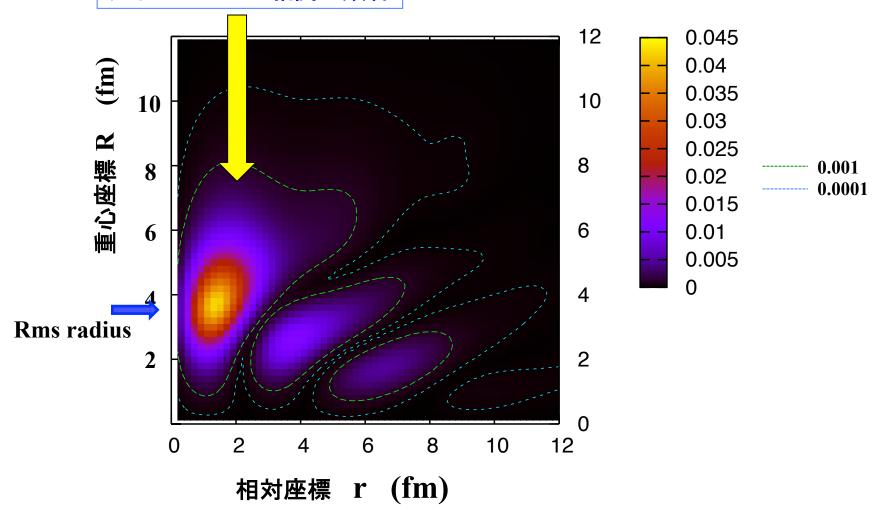
$$\lambda_n$$
=-235keV S_{2n} = S_{1n} =470 keV rms_n=3.54fm



26〇 のクーパーペア密度分布

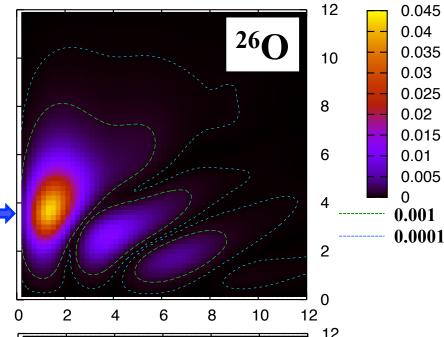
$$\rho_{pair}(R,r) = R^2 r^2 \int d\Omega \left| \Psi_{pair}(\vec{R} - \frac{\bar{r}}{2}, \vec{R} + \frac{\bar{r}}{2}) \right|^2$$

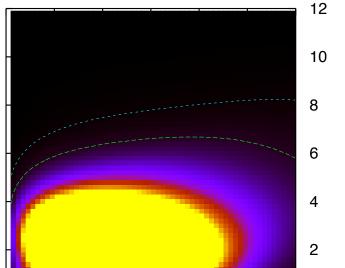
ダイニュートロン相関が顕著



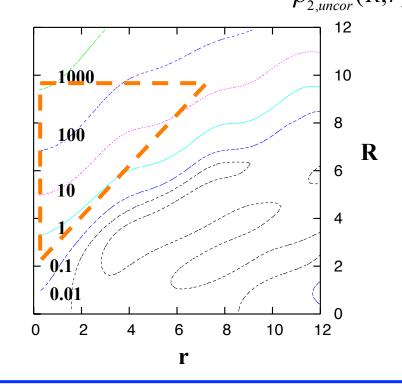
クーパーペア密度分布

$$\rho_{pair}(R,r) = R^2 r^2 \int d\Omega \left| \Psi_{pair}(\vec{R} - \frac{\vec{r}}{2}, \vec{R} + \frac{\vec{r}}{2}) \right|^2$$





クラスター形成測度 $c(R,r) = \frac{\rho_{pair}(R,r)}{\rho_{2,uncor}(R,r)}$



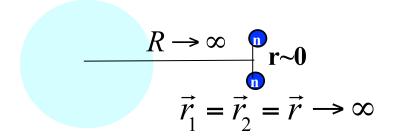
ハロー領域(量子透過領域)で クラスター形成が顕著 s=1~1000

非相関2粒子密度

$$\rho_{2,uncor}(R,r) = R^2 r^2 \int d\Omega \rho_1 \left(\vec{R} - \frac{\vec{r}}{2}\right) \rho_1 \left(\vec{R} + \frac{\vec{r}}{2}\right)$$

量子透過領域(ハロー)でダイニュートロン 形成が促進されるのはなぜか

-パーペア波動関数の遠方漸近形



ーパーペア波動関数 $oldsymbol{a}$ ダイニュートロン配位 $\mathbf{r_1}$ = $\mathbf{r_2}$

$$\Psi_{pair}(\vec{r}, \vec{r}) = \left\langle \psi(\vec{r} \uparrow) \psi(\vec{r} \downarrow) \right\rangle$$

$$\rightarrow e^{-Kr}$$

$$\Psi_{pair}(\vec{r},\vec{r}) = \left\langle \psi(\vec{r} \uparrow) \psi(\vec{r} \downarrow) \right\rangle \longrightarrow e^{-Kr} \qquad K = \frac{\sqrt{2MS_{2n}}}{\hbar} = \frac{\sqrt{4mS_{2n}}}{\hbar}$$

$$\frac{\hbar}{\hbar}$$

$$\frac{\hbar}{mass M=2m}$$

2n-separation energy

1粒子密度

$$\rho(\vec{r}) = \langle \psi^+(\vec{r} \uparrow) \psi(\vec{r} \uparrow) \rangle$$

$$\rightarrow e^{-2\kappa_1 r}$$

$$\rho(\vec{r}) = \left\langle \psi^{+}(\vec{r} \uparrow) \psi(\vec{r} \uparrow) \right\rangle \qquad \Longrightarrow e^{-2\kappa_{1}r} \qquad 2\kappa_{1} = \frac{2\sqrt{2mS_{1n}}}{\hbar} = \frac{\sqrt{8mS_{1n}}}{\hbar}$$

1n-separation

これらをHFB理論によって解析的・数値的に証明できる

Y. Zhang, MM, J. Meng, PRC90 (2014)

$$S_{2n} = 2 |\lambda|$$

$$S_{1n} = |\lambda| + \min E_i \approx \begin{cases} |\lambda| + \Delta & \text{ if Borromean} \\ |\lambda| + \Delta & \text{ if its of its o$$

偶奇質量差△

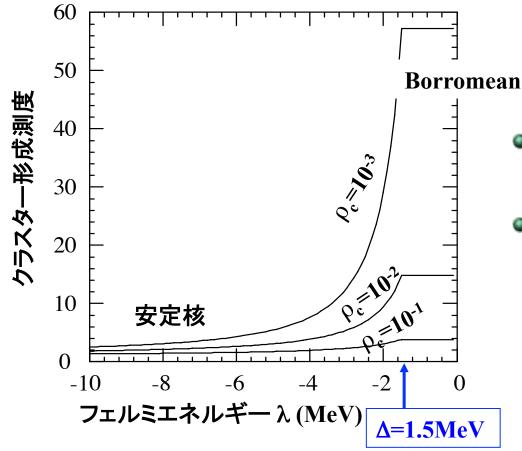
Borromean

 $S_{1n} = S_{2n}$

量子透過領域におけるダイニュートロン形成

クラスター形成測度

$$c_{asym}(r) = \frac{|\Psi_{pair}(\vec{r}, \vec{r})|^2}{\rho(r)\rho(r)} \text{ (at } \rho(r) = \rho_c) = \begin{cases} \rho_c^{2\left(\sqrt{\frac{|\lambda|}{|\lambda| + \Delta}} - 1\right)} & \text{ } \sharp \text{Borromean} \\ \rho_c^{\sqrt{2} - 2} & \text{Borromean} \end{cases}$$



- 弱束縛核 |λ|~Δ, S_{1n}~S_{2n}~2Δでダイニュートロン形成が促進
- Borromean核 | \(\lambda \right| < \Delta \, S_{1n} = S_{2n} < 2 \Delta \text{で 普遍的なダイニュートロン形成

クーパーペア漸近形の解析的な導出

Y. Zhang, MM, J. Meng, PRC90, 034313 (2014)

まず、HFB理論におけるクーパーペア波動関数は

$$\Phi_{pair}(\vec{r}_{1}, \vec{r}_{2}) = \langle \Psi_{HFB} | \psi(\vec{r}_{1} \uparrow) \psi(\vec{r}_{2} \downarrow) | \Psi_{HFB} \rangle$$

$$= \sum_{i} \phi_{i}^{(1)}(\vec{r}_{1} \uparrow) \phi_{i}^{(2)}(\vec{r}_{2} \downarrow)$$

HFB equation
$$\begin{pmatrix} h - \lambda & \Delta \\ \Delta & -h + \lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_i^{(1)} \\ \phi_i^{(2)} \end{pmatrix} = E_i \begin{pmatrix} \phi_i^{(1)} \\ \phi_i^{(2)} \end{pmatrix}$$

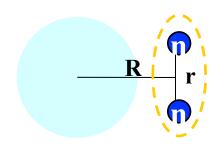
漸近極限で2粒子シュレーディンガー方程式に従うことが証明できる

$$(t(1) + t(2) + v(1,2))\Phi_{pair}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = 2\lambda \Phi_{pair}(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$$

2. 漸近解をダイニュートロン座標系で表示すると

$$\Phi_{pair}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \sum_{L} \int de C_e^L \phi_e^L(r) \Phi_e^L(R) P_L(\cos \Omega)$$

$$\to C_0^0 \phi_e^0(r) \exp(-KR)$$



漸近解の主要項 S-波 ダイニュートロ は、small rに対して バーチャル ンの量子透過

状態

$$K = \frac{\sqrt{2M(2|\lambda|)}}{\hbar} = \frac{\sqrt{2M} S_{2n}}{\hbar} = \frac{\sqrt{8m|\lambda|}}{\hbar}$$
 $M = \underline{2m}$ 2中性子分離エネルギーダイニュートロン質量

漸近指数の数値的検証

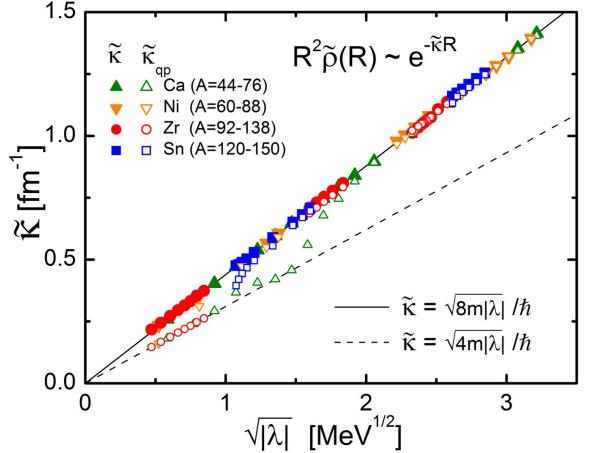
Y. Zhang, MM, J. Meng, PRC90, 034313 (2014)

Ca, Ni, Zr, Sn from stable nuclei to neutron drip-line

クーパー対波動関数の漸近指数

$$r^2 \Psi_{pair}(r,r) = C \exp(-\tilde{K} r)$$
 with numerical fitting to

the tail of the pair density



漸近指数に従うことが確認できる

$$\widetilde{\kappa} = \frac{\sqrt{8m |\lambda|}}{\hbar}$$

白抜き記号(従来の理論推定)

Bulgac 1980

Dobaczewski et al. 1996

では弱束縛核を説明できない

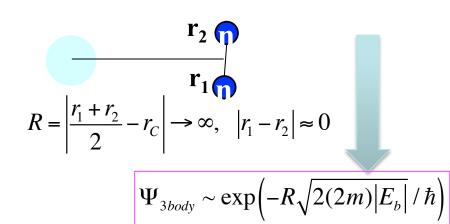
もっともフェルミエネルギーに近い準粒子 状態の波動関数の漸近形に着目したもの

General asymptotic form in three-body systems Fedorov, Jensen, Riisager, PRC49, 201 (1994)

Merkurev, Sov. J. Nucl. Phys. 19,222 (1974)

$$\Psi_{3body} \sim \exp\left(-\rho\sqrt{2m|E_b|}/\hbar\right)$$

$$m\rho^2 = \frac{M_C m}{M} \left\{ (r_1 - r_c)^2 + (r_2 - r_C)^2 \right\} + \frac{m^2}{M} (r_1 - r_2)^2$$



$$r_{2}$$

$$r_{1}$$

$$|r_{2} - r_{C}| \approx 0, \quad |r_{1} - r_{C}| \rightarrow \infty$$

$$\Psi_{3body} \sim \exp\left(-\left|r_1 - r_C\right| \sqrt{2m\left|E_b\right|} / \hbar\right)$$

Consistent with one-body density

$$\rho(r) \propto \exp(-2\kappa r)$$

$$\kappa = \frac{\sqrt{2mS_{1n}}}{\hbar} = \frac{\sqrt{4m |\lambda|}}{\hbar}$$

Consistent with pair density
$$\tilde{\rho}(r) \propto \exp(-\tilde{\kappa} r) \quad \tilde{\kappa} = \frac{\sqrt{2(2m)S_{2n}}}{t} = \frac{\sqrt{8m |\lambda|}}{t}$$

結論

- 量子透過領域(スキン・ハロー領域)におけるクーパーペア波動関数・2粒子相関密度を数値的・解析的に分析
- ダイニュートロン(クラスター)形成測度を定義

- ドリップライン近傍、小さな中性子分離エネルギーがダイニュートロン相関を促進
 - Fermi エネルギー |λ| < Δ
 - 1粒子・2粒子分離エネルギー , S_{1n}~S_{2n} < 2∆
 - Borromean では普遍的な漸近形。三体模型と同一の漸近形
- ダイニュートロン形成 vs 分離エネルギー

