

Two-colour QCD phases and the topology at low temperature and high density

伊藤 悅子 (慶應義塾大学)

Refs:

- (1) K.Iida, EI, T.-G. Lee: JHEP2001(2020)181
- (2) K.Iida, EI, T.-G. Lee: arXiv:2008.06322
- (3) T.Furusawa, Y.Tanizaki, EI: PRResearch 2(2020)033253

Work in progress

今日の話と新学術領域の関係

2 カラー-QCDの第一原理計算(格子QCD)を使って
有限密度QCDの定性的・定量的理解を目指す

D01 (第一原理計算から明らかにする階層構造の発現機構、代表：肥山詠美子) :

クォーク層とハドロン層をつなぐ相転移・相の研究

冷却原子系の普遍性の研究

エフィモフ物理

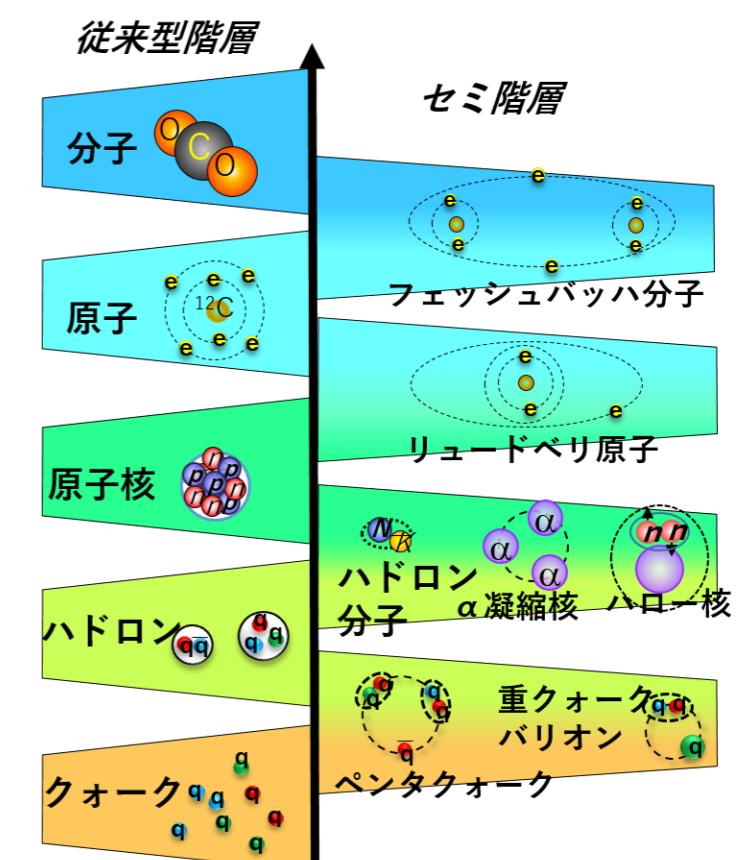
原子核の α 凝縮

核子間相関

3体核力

アブイニシオ計算

原子分子分野における電子間相関の研究など。



今日の話と新学術領域の関係

2 カラー-QCDの第一原理計算(格子QCD)を使って
有限密度QCDの定性的・定量的理解を目指す

D01 (第一原理計算から明らかにする階層構造の発現機構、代表：肥山詠美子) :

クォーク層とハドロン層をつなぐ相転移・相の研究

冷却原子系の普遍性の研究

エフィモフ物理

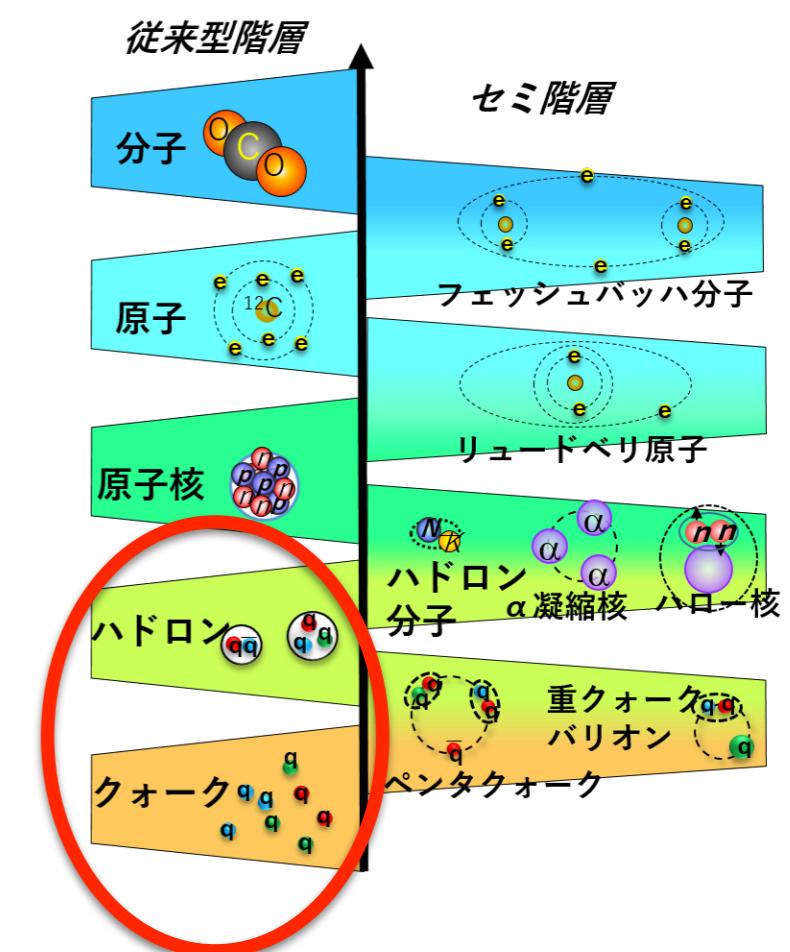
原子核の α 凝縮

核子間相関

3体核力

アブイニシオ計算

原子分子分野における電子間相関の研究など。



動機

真空中核子系はクォークの理論(QCD)から格子計算で理解できるようになってきた。

多数の核子が詰まった媒質中の核子系は？

現実の物理系としては存在するのに、理論的には全くわかっていない…。

LHCb, RHIC (中間密度, 高温)

Nutron star (高密度, 低温)

LIGO

NICER



「中性子星の中はどうなっているか」

日経サイエンス2020年1月号

中性子星の中ではフェルミ縮退圧を下げるため
ボソンを作つて凝縮している…？

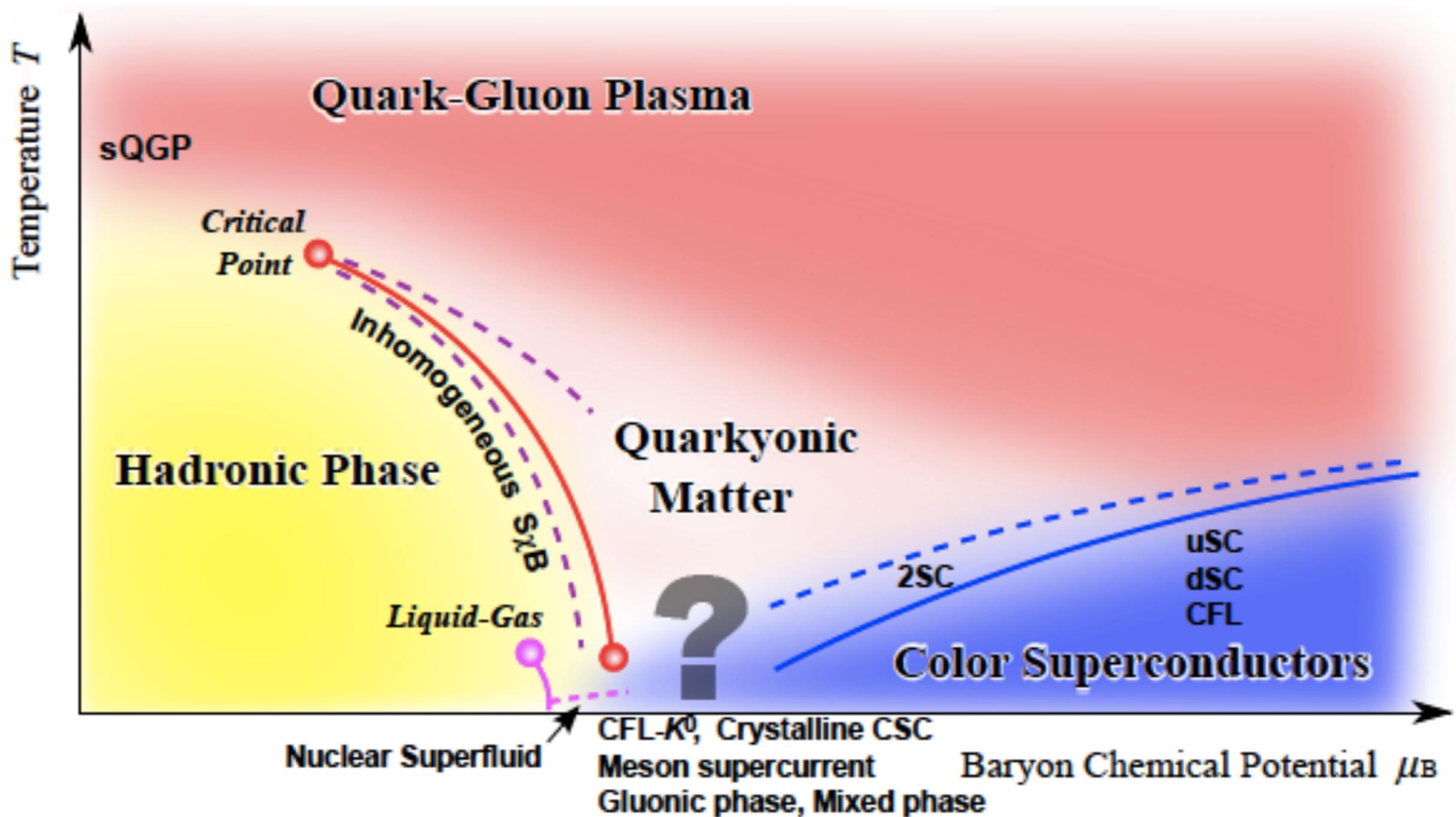
有限密度QCDの
何を知りたいか？

- 温度密度相図
- インスタントン・カラーフラックスチューブの密度依存性
- ハドロン質量、核力の密度依存性
- 状態方程式
- 輸送係数

$\mu = 0$ で計算できる。有限密度では？

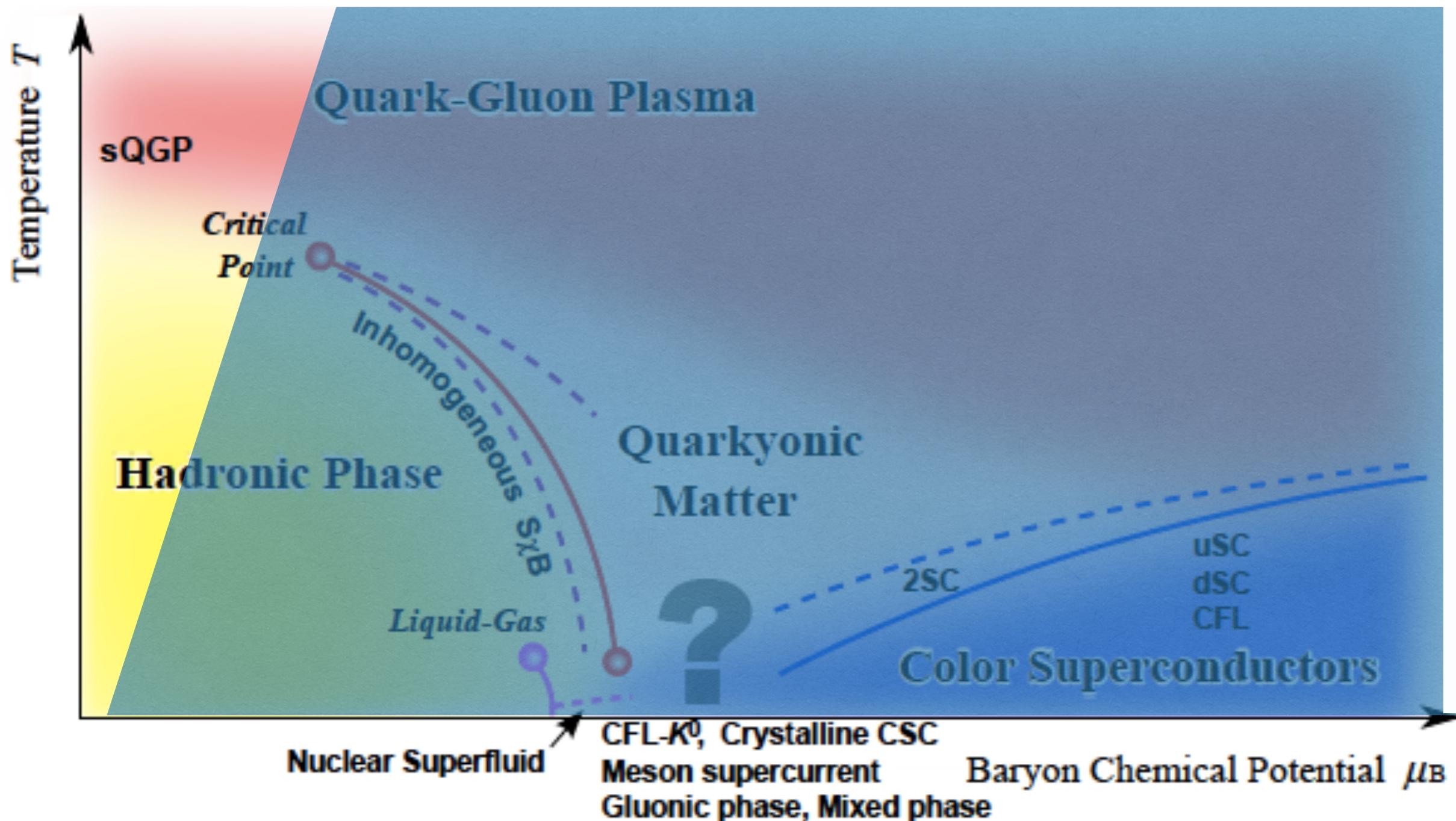
予想されるQCD相図

Fukushima-Hatsuda
(RPR74(2011)014001)



現在格子QCDで計算できる領域

Fukushima-Hatsuda
(RPR74(2011)014001)



有限密度QCDシミュレーションの2つの困難

(1) 符号問題

$$\langle \mathcal{O} \rangle = \frac{1}{Z} \int DUD\psi \mathcal{O} e^{-S_g - \int \bar{\psi} D\psi} = \frac{1}{Z} \int DU \mathcal{O} (\det D)^{N_f} e^{-S_g}$$

確率重みとするなら real-positive でないといけない

ゼロ密度 ($\mu = 0$), Dirac演算子は γ_5 エルミート ($D^\dagger = \gamma_5 D \gamma_5$) なので $\det D$ は「実数」

有限密度 ($\mu \neq 0$), Dirac演算子は $\Delta(-\mu)^\dagger = \gamma_5 \Delta(\mu) \gamma_5$ なので $\det \Delta(\mu)$ は「(一般に)複素数」

2カラーQCDの場合は、SU(2)群の基本表現 (=quark) が擬実表現のため
 $\det \Delta(\mu)$ は「実数」(正または負)

偶数フレーバーの2カラーQCDを考えると符号問題は現れない

(2) 計算不安定性問題(onset problem)

低温高密度でU(1)B対称性が自発的に破れた相転移付近で計算が進まなくなる

カイラル摂動論から $\mu/m_{PS} \geq 1/2$ と予言されている。ここで m_{PS} は $\mu = 0$ での pseudo-scalar (pion) の質量

U(1)B対称性を破る項(ダイクォーク源)を作用に入れて
その影響がゼロの極限を調べる

我々の戦略

- (1) 2カラー2フレーバーQCDを考える
- (2) フェルミオン作用にダイクォーク源をいれる

$$S_F^{cont.} = \underbrace{\int d^4x \bar{\psi}(x)(\gamma_\mu D_\mu + m)\psi(x)}_{\text{QCD}} + \underbrace{\mu \hat{N}}_{\text{Number op.}} - \underbrace{\frac{j}{2}(\bar{\psi}_1 K \bar{\psi}_2^T - \psi_2^T K \psi_1)}_{\text{diquark source}}$$
$$\hat{N} = \bar{\psi} \gamma_0 \psi$$

Related works on $N_c=2$ with even # flavor

Kogut et al. NPB642 (2002) 18, Alles et al. NPB752 (2006) 124,

Hands et al. NPB752 (2006) 124, PRD81 (2010) 091502, EPJ. A47 (2011) 60, PRD87 (2013)

034507, Kotov et al. PRD94 (2016) 114510, JHEP 1803 (2018) 161

j->0極限とて相図や物理量を得る

2カラー-QCD と 3カラー-QCD

(少なくとも $\mu = 0$ で)定性的には同じ

低温領域：

クォークの閉じ込め、

カイラル対称性の破れ(注: massless 2カラー-QCDではU(1)Bが破れてカイラルが回復することが可能)

インスタントンの存在

ハドロンの質量スペクトルの順番

高温領域：

クォーク・グルオンが非閉じ込め

カイラル対称性の回復

状態方程式、輸送係数の温度依存性

定量的にもそんなに違わない…?

(例) pure SU(N) ゲージ理論の
トレースアノマリー($\Delta = (\epsilon - 3p)$)

(コメント)

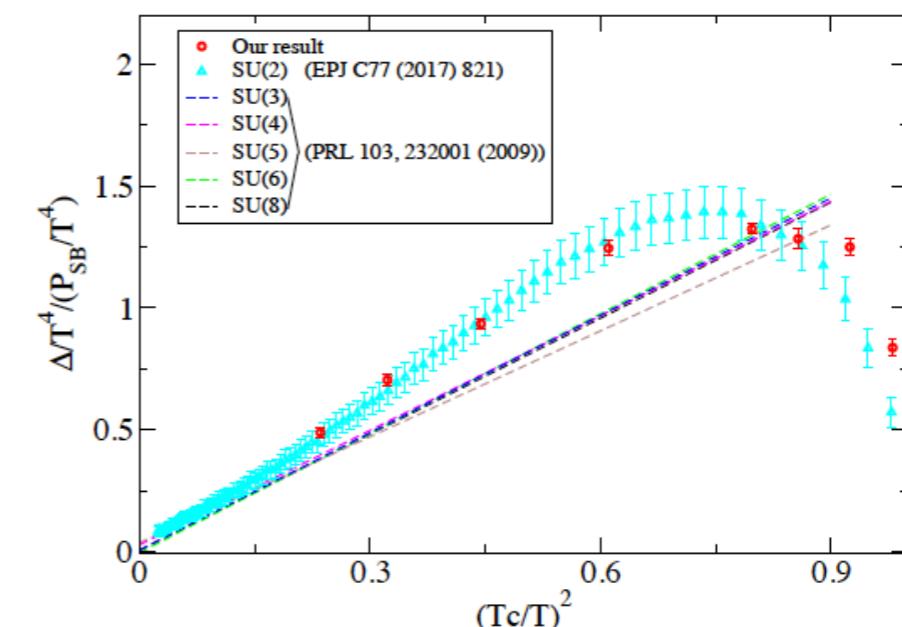
QCD phase diagramの両軸 : T と μ [MeV]

物理スケールはクォーク質量やフレーバー数に強く依存

ユニバーサルには

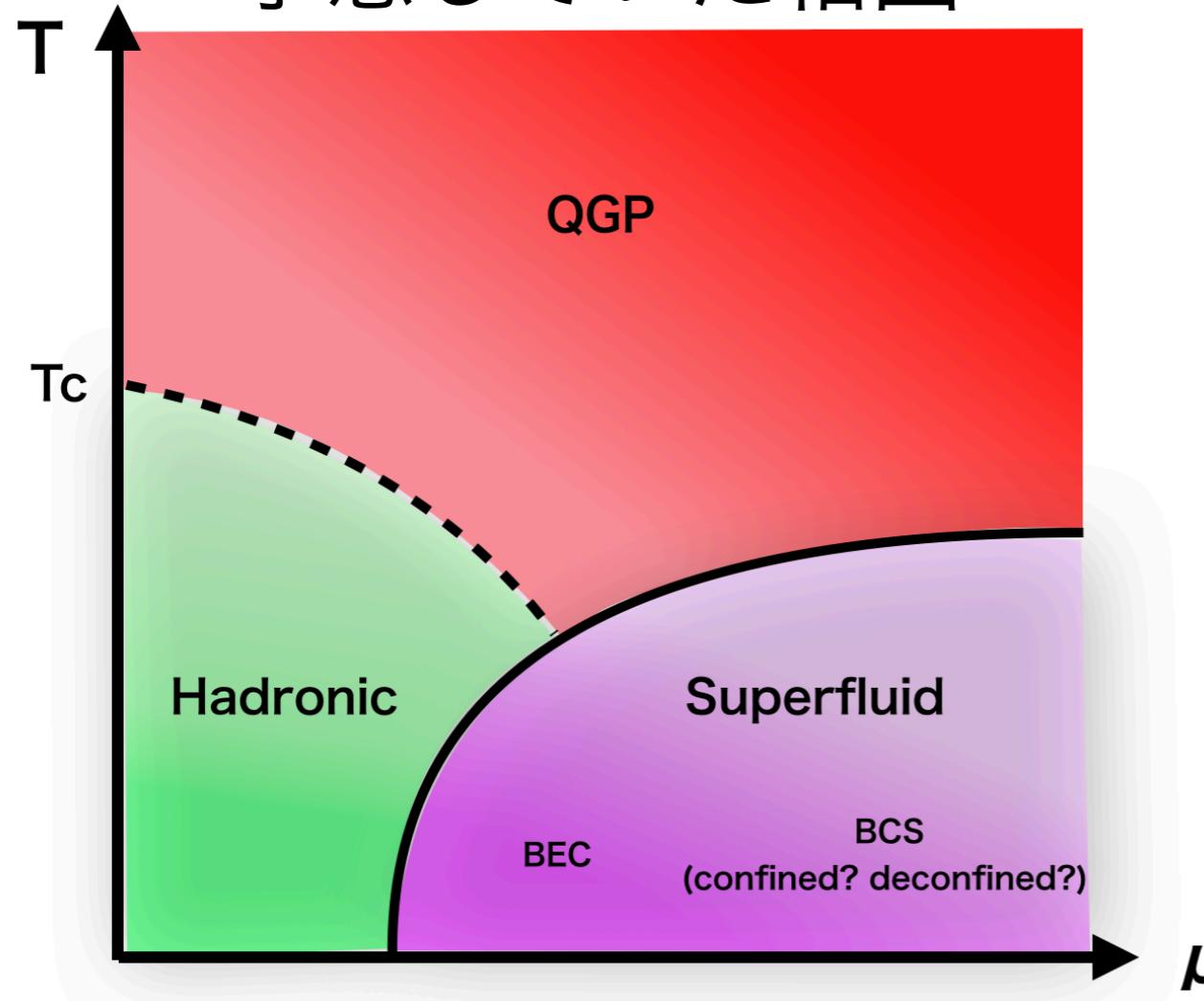
縦軸 : T/T_c 横軸 : μ/m_{PS} を使うと良い

T. Hirakida, EI, H. Kouno, PTEP 2019 (2019) 033B01



Ref(1)の成果: 2カラーQCDの相図

予想していた相図



秩序変数

* ポリヤコフループ

$\langle |L| \rangle \sim 0$ 閉じ込め

$\langle |L| \rangle \neq 0$ 非閉じ込め

* (アイソスカラー)ダイクォーク凝縮

$\langle qq \rangle = 0$ 超流動性なし

$\langle qq \rangle \neq 0$ 超流動性あり

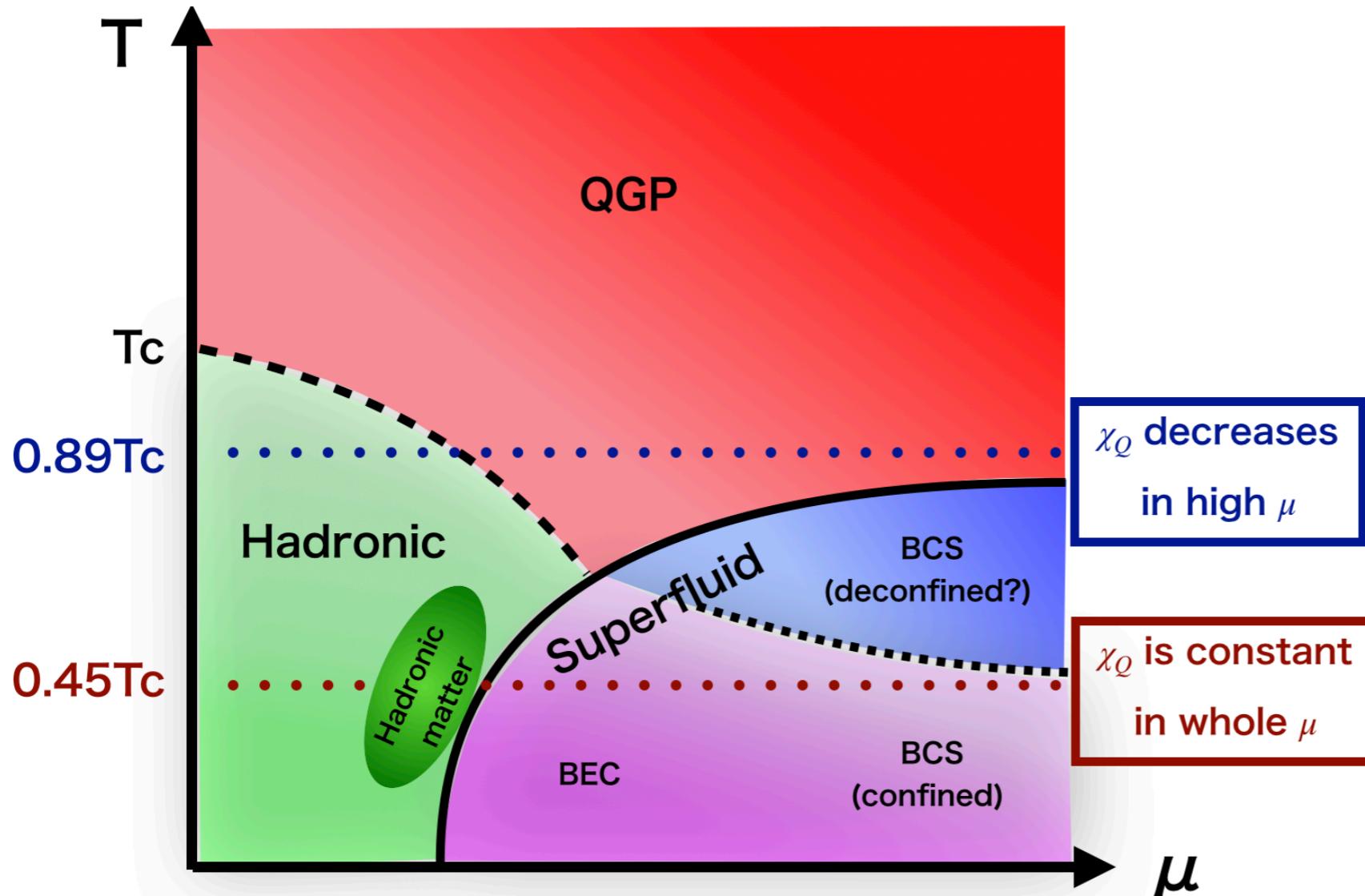
$U(1)_B$ 対称性の破れのゴールドストーンモードに対応

$$\psi \rightarrow e^{i\alpha} \psi \quad \bar{\psi} \rightarrow \bar{\psi} e^{-i\alpha}$$

	Hadronic	QGP	Superfluid	
			BEC	BCS
$\langle L \rangle$	zero	non-zero		
$\langle qq \rangle$	zero	zero	non-zero	$\propto \Delta(\mu)\mu^2$
$\langle n_q \rangle$			non-zero	$n_q/n_q^{\text{tree}} \approx 1$

Ref(1)の成果:

Two-colour QCD phases and the topology at low temperature and high density
K.Iida, EI, T.-G. Lee: JHEP2001(2020)181



$T_c=200\text{MeV}$ とするとき, $T=180\text{MeV}$ と $T=90\text{MeV}$

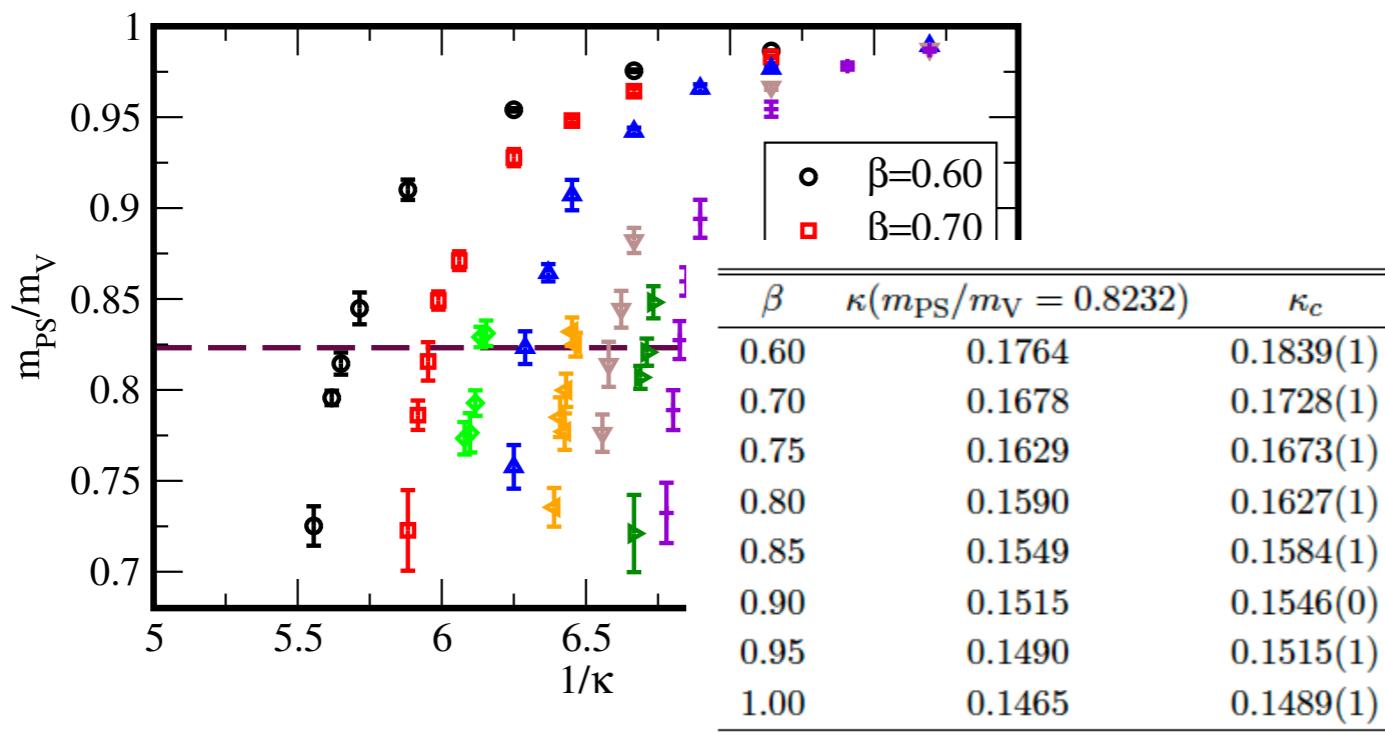
Cf.) 物性系と異なりQCDは漸近的自由(近くにいると弱く相互作用)なので
中密度でBEC相、高密度でBCS相

Ref(2)の成果:

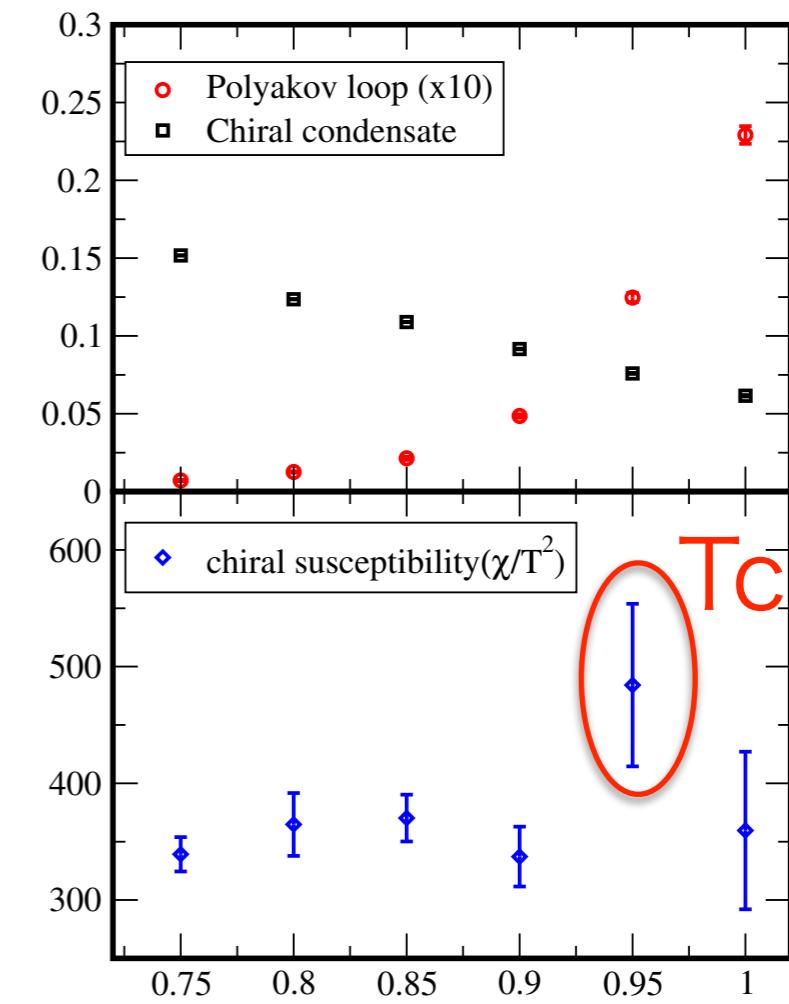
Relative scale setting for two-color QCD with Nf=2 Wilson fermions

K.lida, EI, T.-G. Lee: arXiv:2008.06322

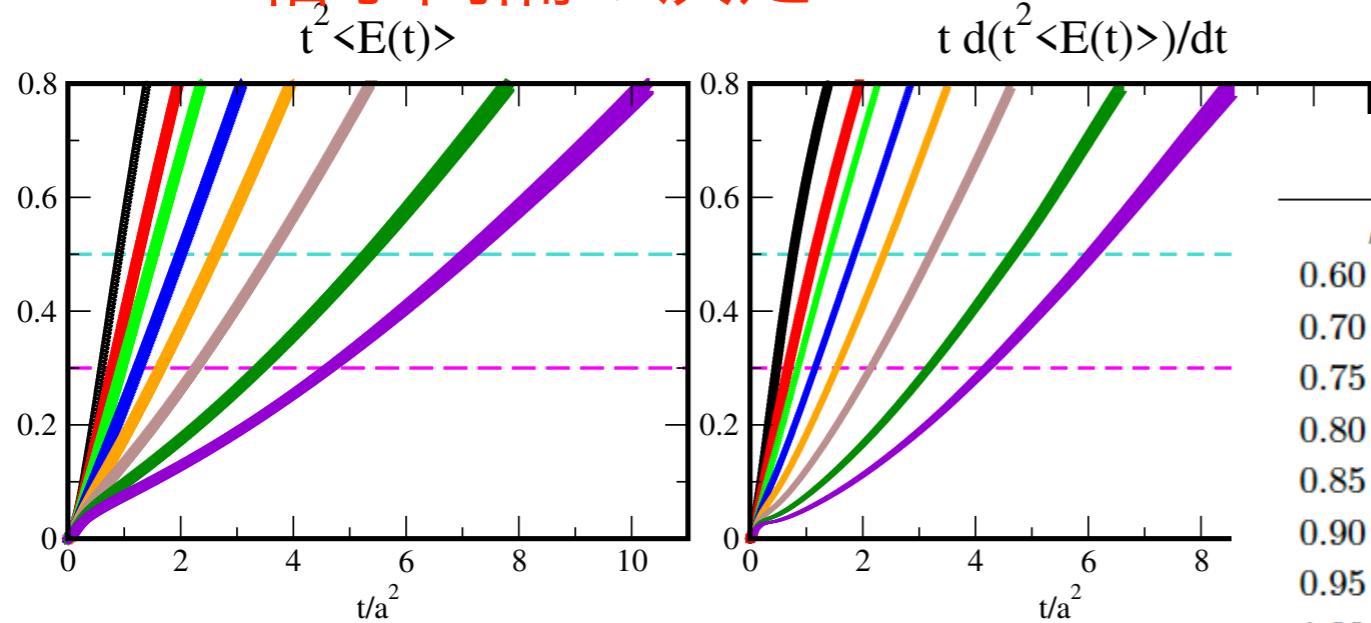
質量のくりこみ



Tc @ $\mu = 0$ の決定



格子間隔の決定

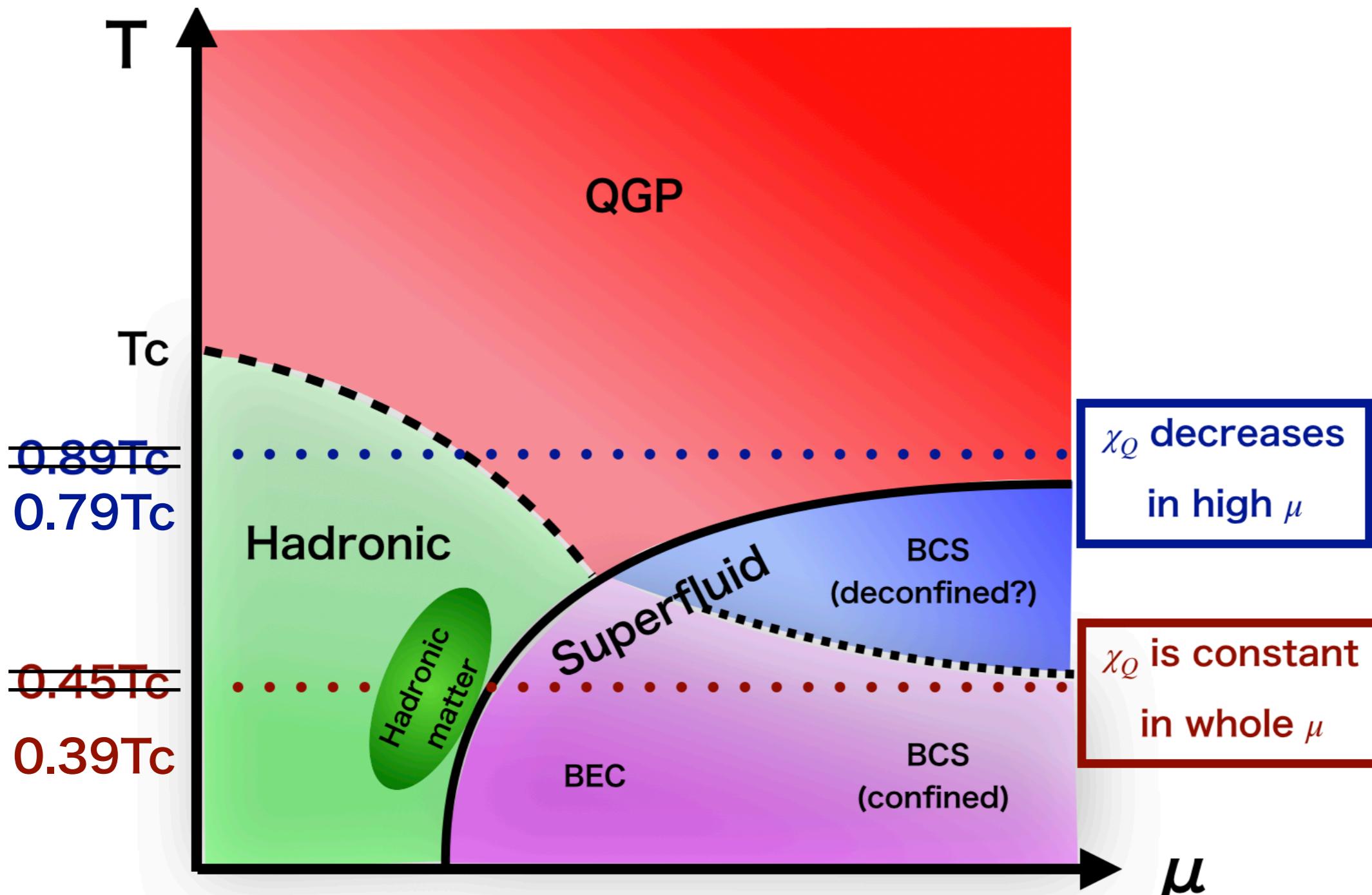


	$\mathcal{W} = 0.30$	$\mathcal{W} = 0.50$
$\beta(\kappa)$	w_0/a	w_0/a
0.60 (0.1764)	0.6830(4)	0.8733(12)
0.70 (0.1678)	0.8219(15)	1.067(2)
0.75 (0.1629)	0.9205(21)	1.182(4)
0.80 (0.1590)	1.074(4)	1.360(6)
0.85 (0.1549)	1.240(7)	1.556(11)
0.90 (0.1515)	1.463(16)	1.791(20)
0.95 (0.1490)	1.781(29)	2.162(40)
1.00 (0.1465)	2.048(40)	2.462(59)

Ref(1)と(2)の成果のまとめ:

Two-colour QCD phases and the topology at low temperature and high density

K.Iida, EI, T.-G. Lee: JHEP2001(2020)181

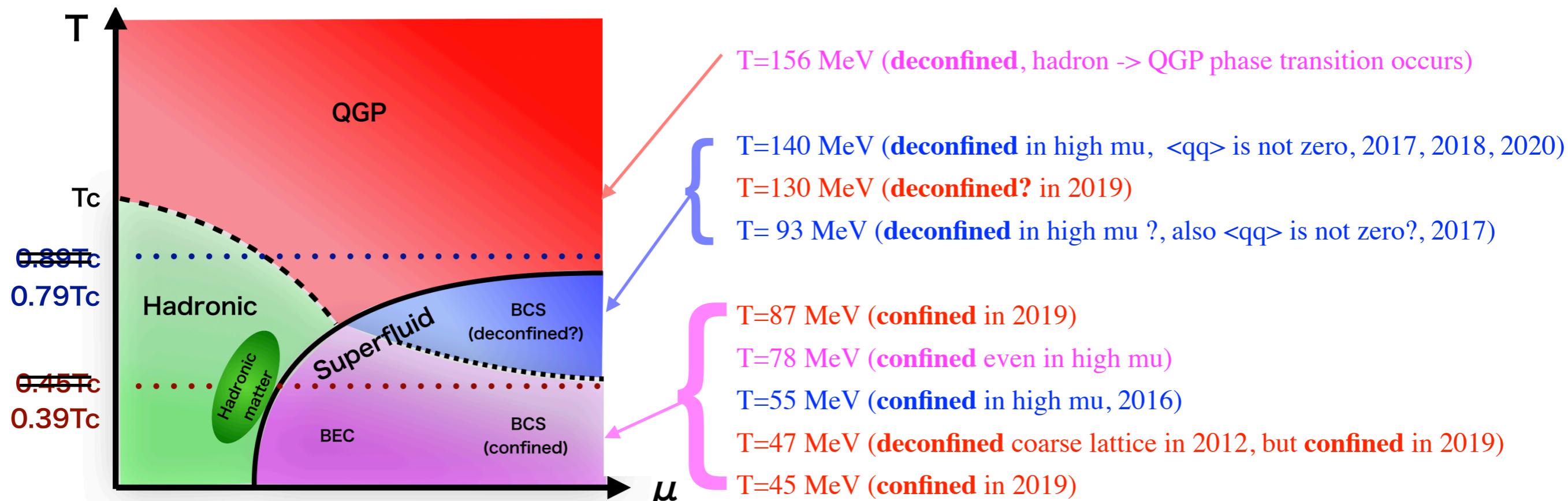


$T_c=200\text{MeV}$ とすると, $T=158\text{MeV}$ と $T=78\text{MeV}$

2カラー-QCD相図の現状

現在アクティブなグループが3つ(以上):

- (1) Swansea (S. Hands et al) group : Wilson-Plaquette gauge + Wilson fermion
- (2) Russia (Y.Kotov et al) group : tree level improved Symanzik gauge + rooted staggered fermion
- (3) Our group : Iwasaki gauge + Wilson fermion, $T_c=200$ MeV to fix the scale

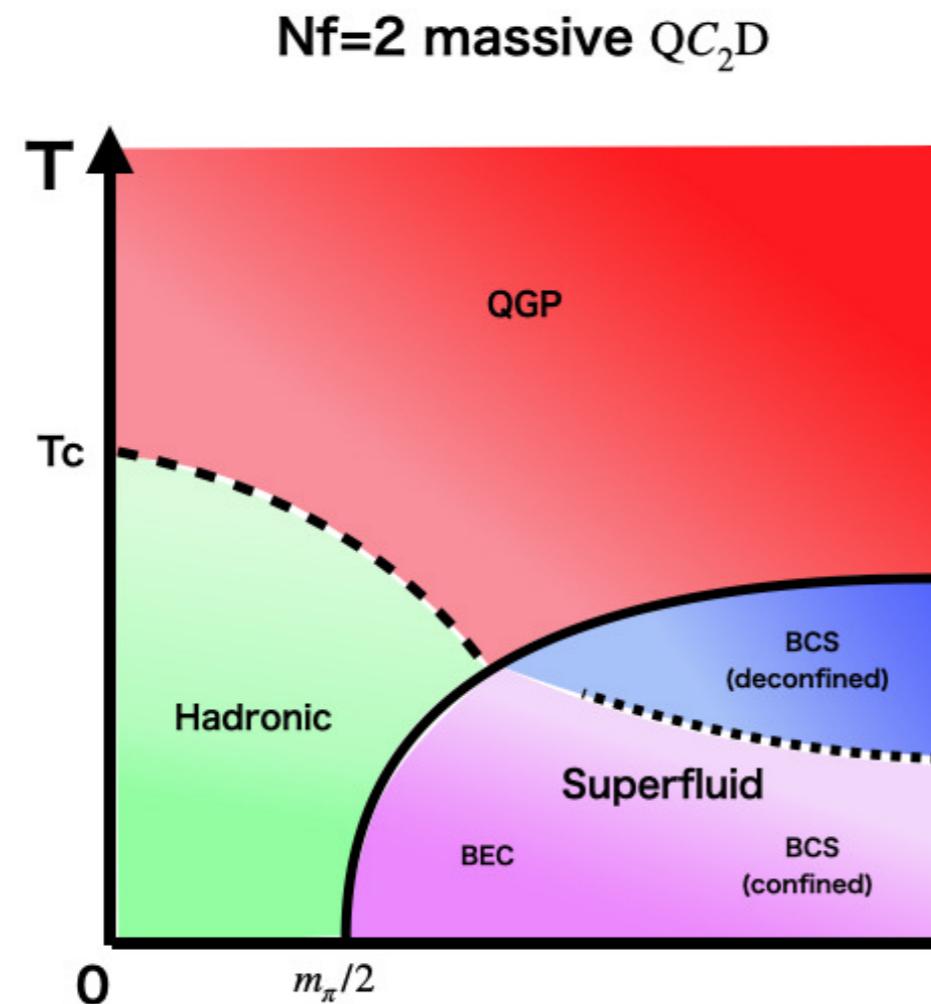


スケール設定にも大きな誤差があり、連続極限を取っていないが、全ての結果が上の相図と無矛盾！

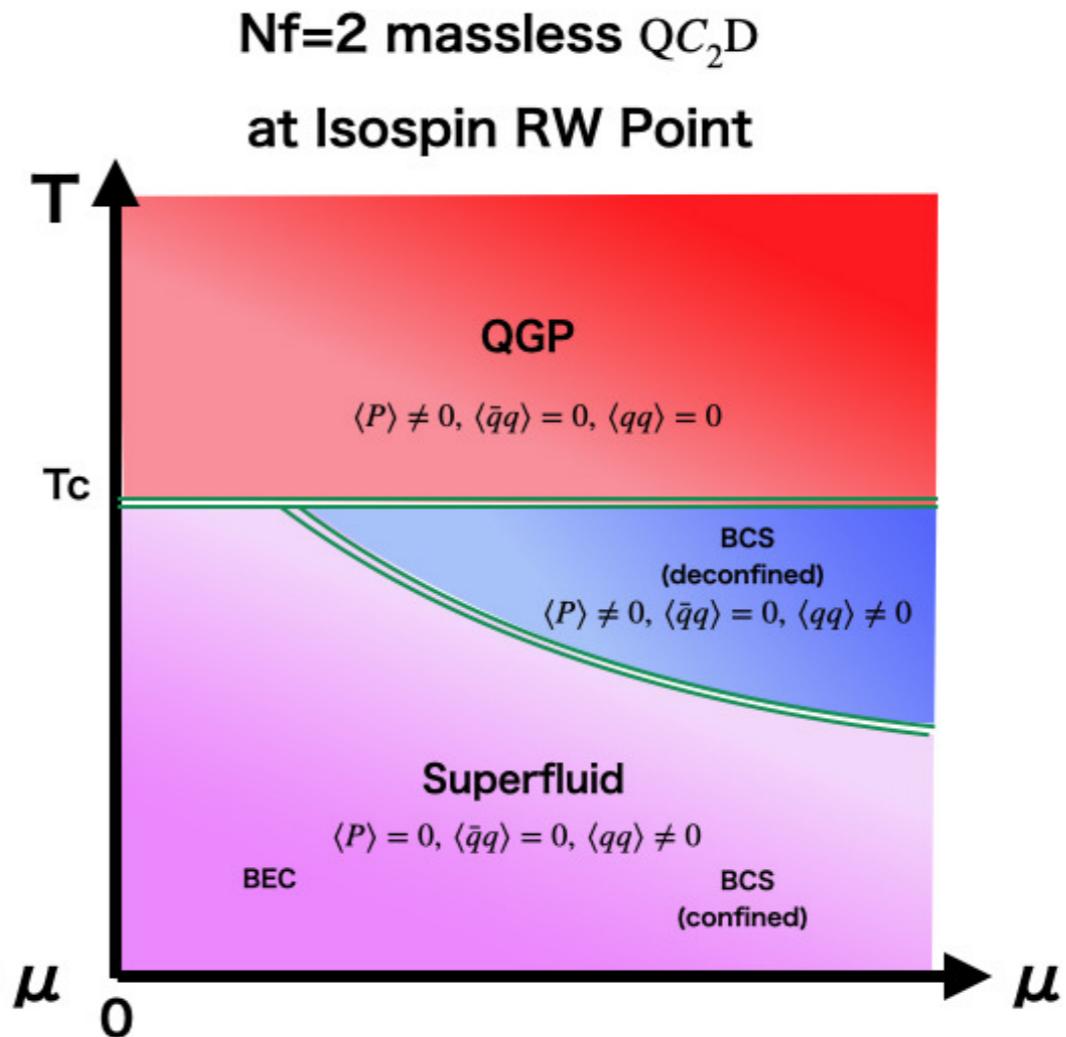
Reference (3)の成果:

Finite-Density Massless Two-Color QCD at Isospin Roberge-Weiss Point and 't Hooft Anomaly
T.Furusawa, Y.Tanizaki, EI: PRResearch 2(2020)033253

Results by lattice simulations



Results by anomaly matching

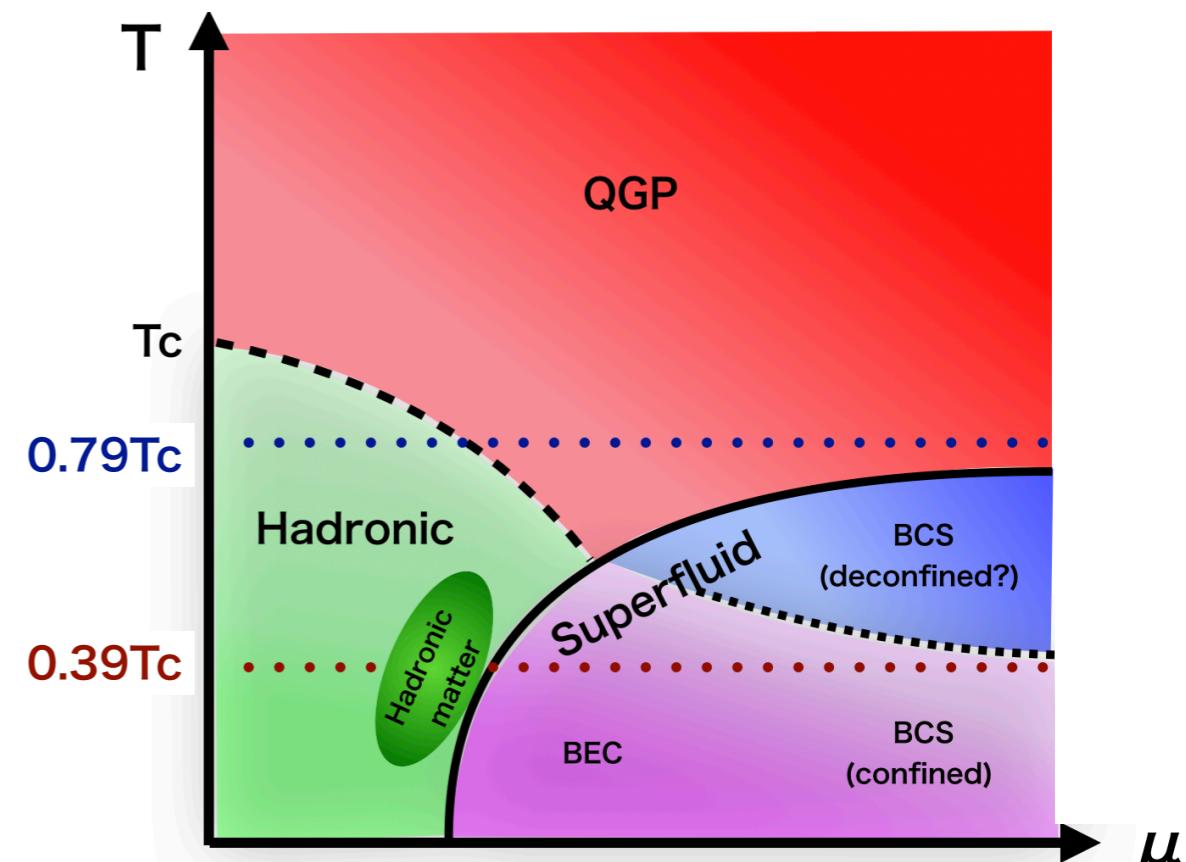


11月3日から6日まで国際研究会「2カラーQCDの低温高密度物質の物理の探索」を開催

研究計画と準備状況

有限密度QCDの
何を知りたいか？

- 温度密度に依存した相図
- インスタントン, フラックスチューブ(春の学会、石黒さん)など非摂動的性質の密度依存性
- 核力、ハドロン質量の密度依存性
- 状態方程式(圧力、内部エネルギー、エントロピー)
- 輸送係数 (粘性、超流動密度)



研究計画と準備状況

有限密度QCDの何を知りたいか？

- 温度密度に依存した相図
- インスタントン, フラックスチューブ(春の学会、石黒さん)など非摂動的性質の密度依存性
- 核力、ハドロン質量の密度依存性
- 状態方程式(圧力、内部エネルギー、エントロピー)
- 輸送係数 (粘性、超流動密度)

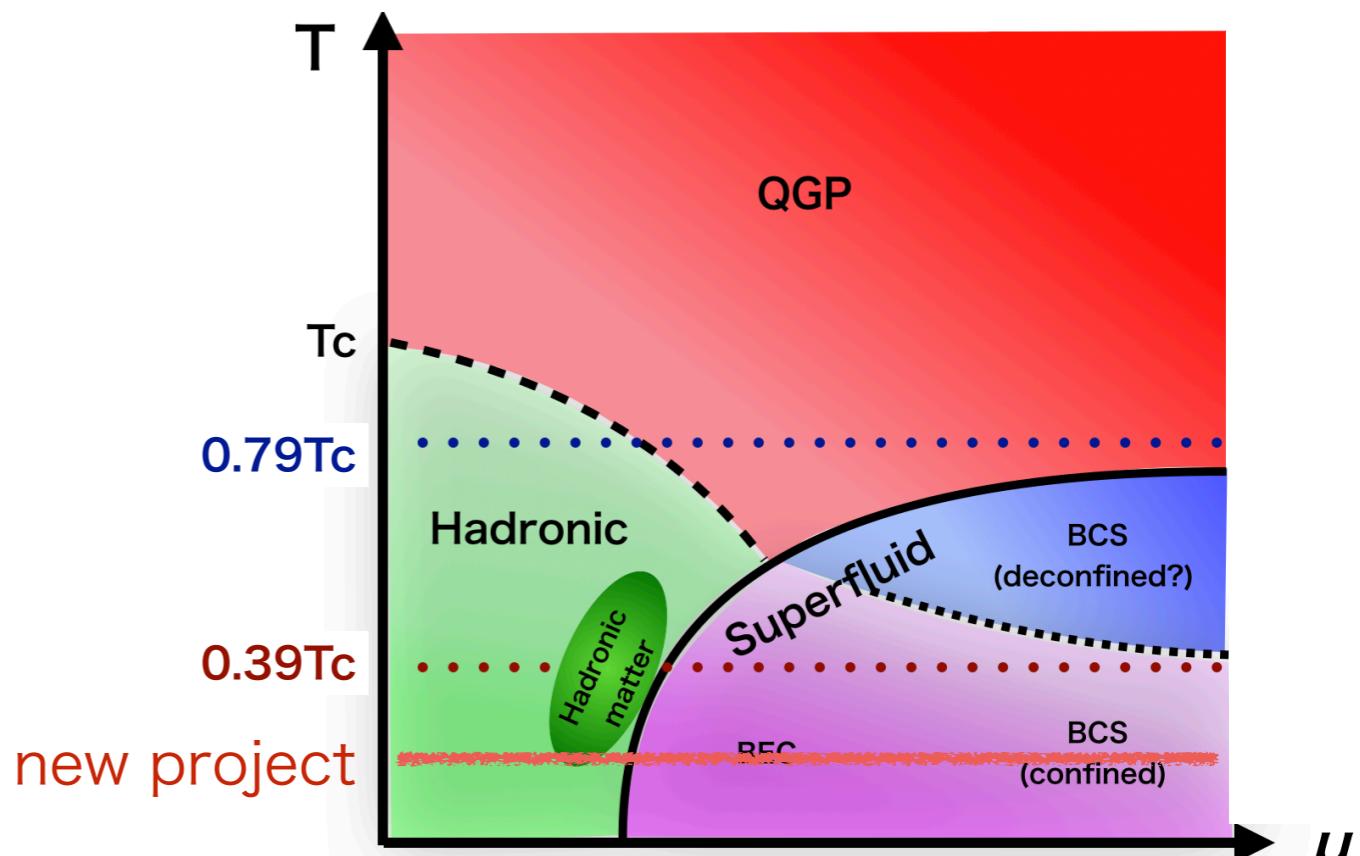
New project:

32^4 ($T=40\text{MeV}$)の格子サイズで、
の配位生成を実行中
(100-400配位を既に生成完了)

(1)ハドロンスペクトルの密度依存性

(2)核力の密度変化(HAL QCD法の有限密度領域への拡張)

(3)状態方程式の決定



QCD不等式と最も軽いハドロン

Kogut et al, hep-ph/9906346

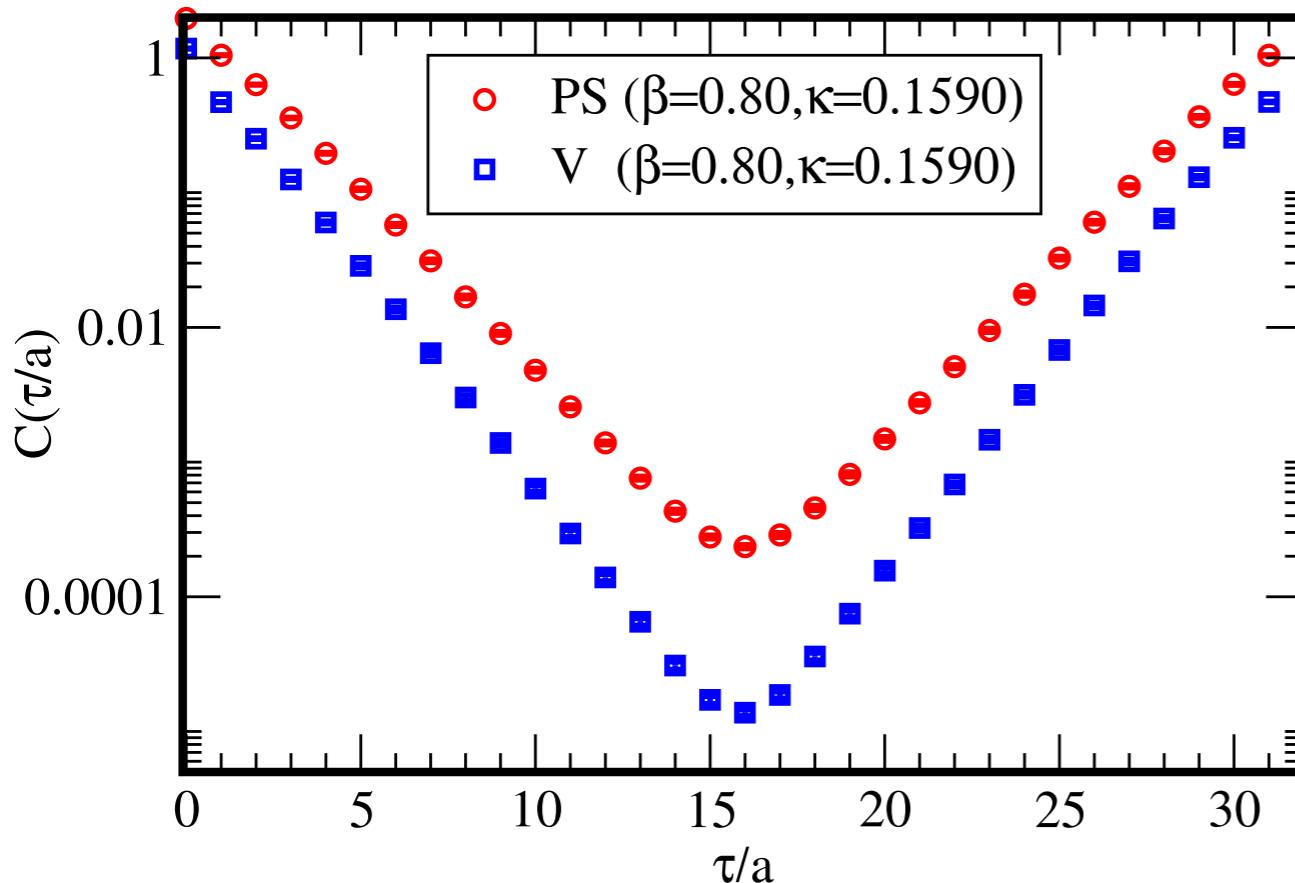
$\mu = 0$ のとき

(1) $\gamma_5 D \gamma_5 = D^\dagger$

(2) disconnected diagramがない

この時 ${}^V\Gamma$ mesonsに対して Schwartz不等式から

$$\text{Tr} S(x,0) \Gamma S(0,x) \Gamma = \text{Tr} S(x,0) \Gamma \gamma_5 S(x,0)^\dagger \gamma_5 \Gamma \leq \text{Tr} S(x,0) S(x,0)^\dagger.$$



つまり $C_{PS}(\tau) \geq C_M(\tau)$

PSメソンが一番軽い

相関関数は

$C(\tau) = A_1(e^{-m\tau} + e^{-m(N_\tau - \tau)})$ でフィットでき

有効質量mを得る

QCD不等式と最も軽いハドロン

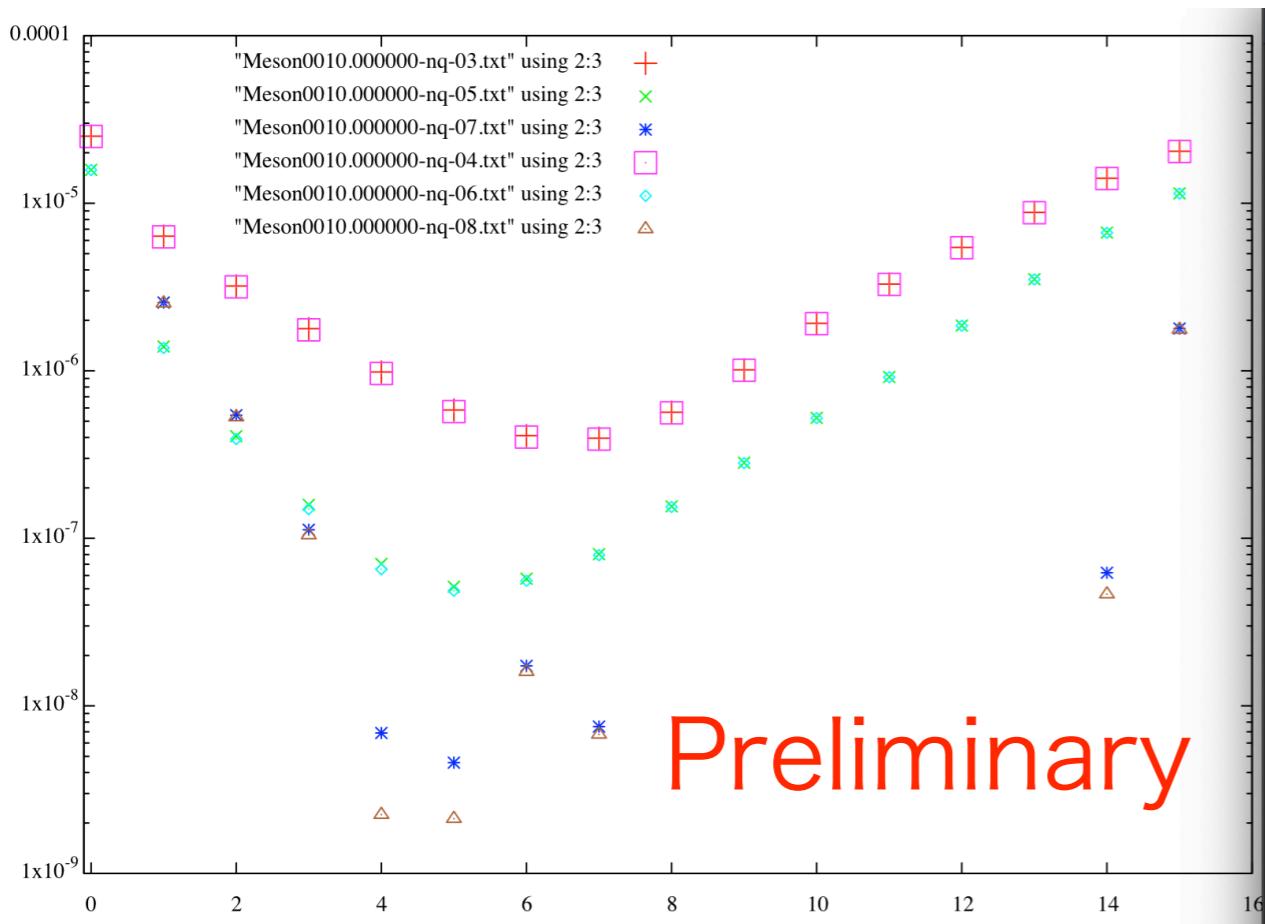
$\mu \neq 0$ の時 $\gamma_5 D(\mu) \gamma_5 = D^\dagger(-\mu) \neq D^\dagger(\mu)$.

普通の3カラーQCDでは正定値性も不等式もなくなる.

(cf:カラーフレーバー・ロッキング相では $m_\pi > m_{\eta'}$? Son-Stepanov (1999))

2カラーQCDでは、 $\gamma_5 C \tau_2 D(\mu) \gamma_5 C \tau_2 = D^*(\mu)$ の関係式. ここで $C = i \gamma_0 \gamma_2$.

アイソスカラーダイクローム(バリオン) $M_{qq} = \psi^T C \tau_2 \gamma_5 \psi$ が最も軽いと言える



$$|=1, M_{\bar{q}q} = \bar{\psi} \gamma_5 \psi \text{ (PS meson)}$$
$$|=1, M_{\bar{q}q} = \bar{\psi} \gamma_1 \psi \text{ (V meson)}$$

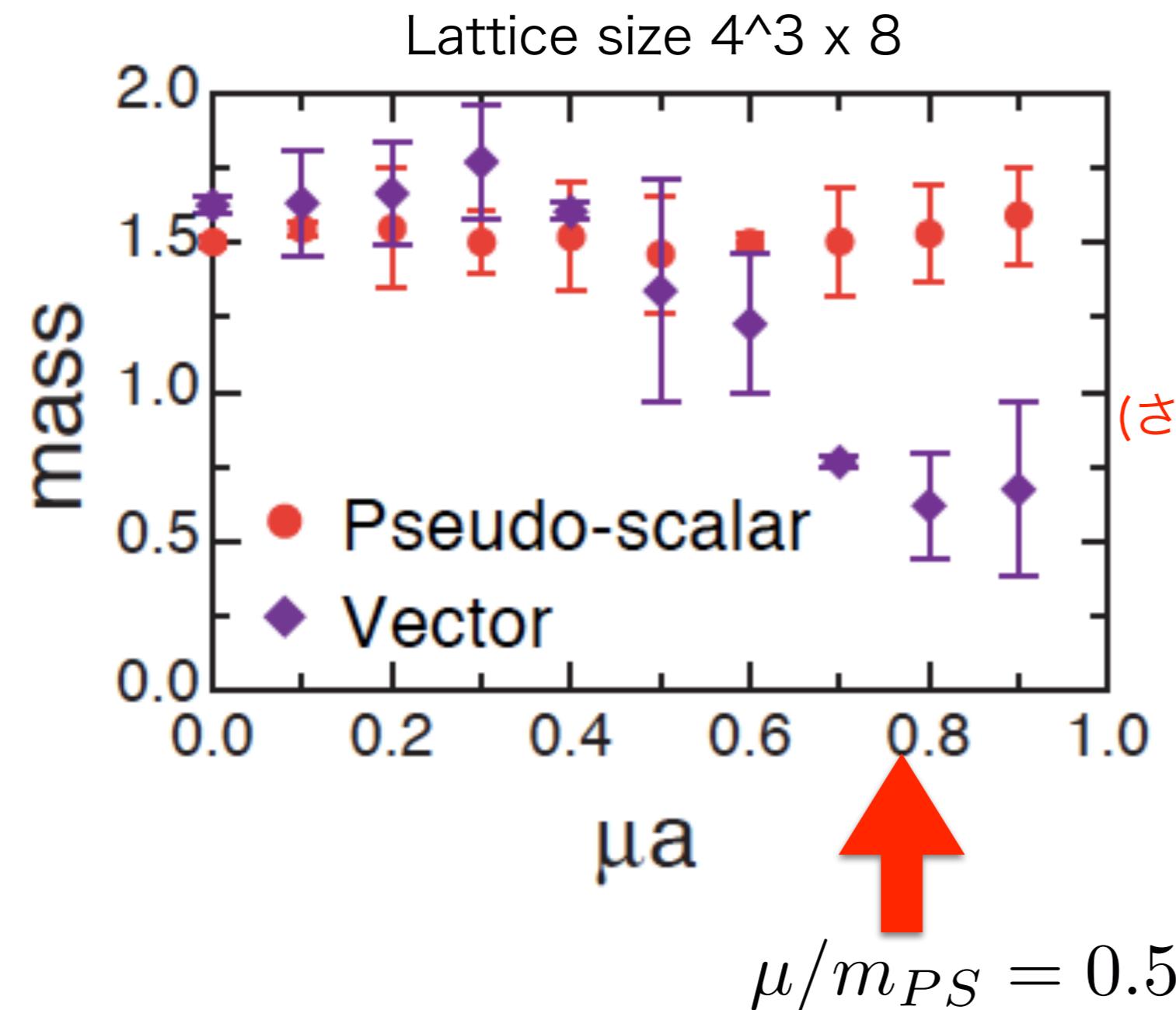
(注意): 相関関数は τ -対称性を失い

$$C(\tau) = A_1 e^{-(m-2\mu)\tau} + A_2 e^{-(m+2\mu)(N_\tau - \tau)}$$

でフィットする事で有効質量mを得る

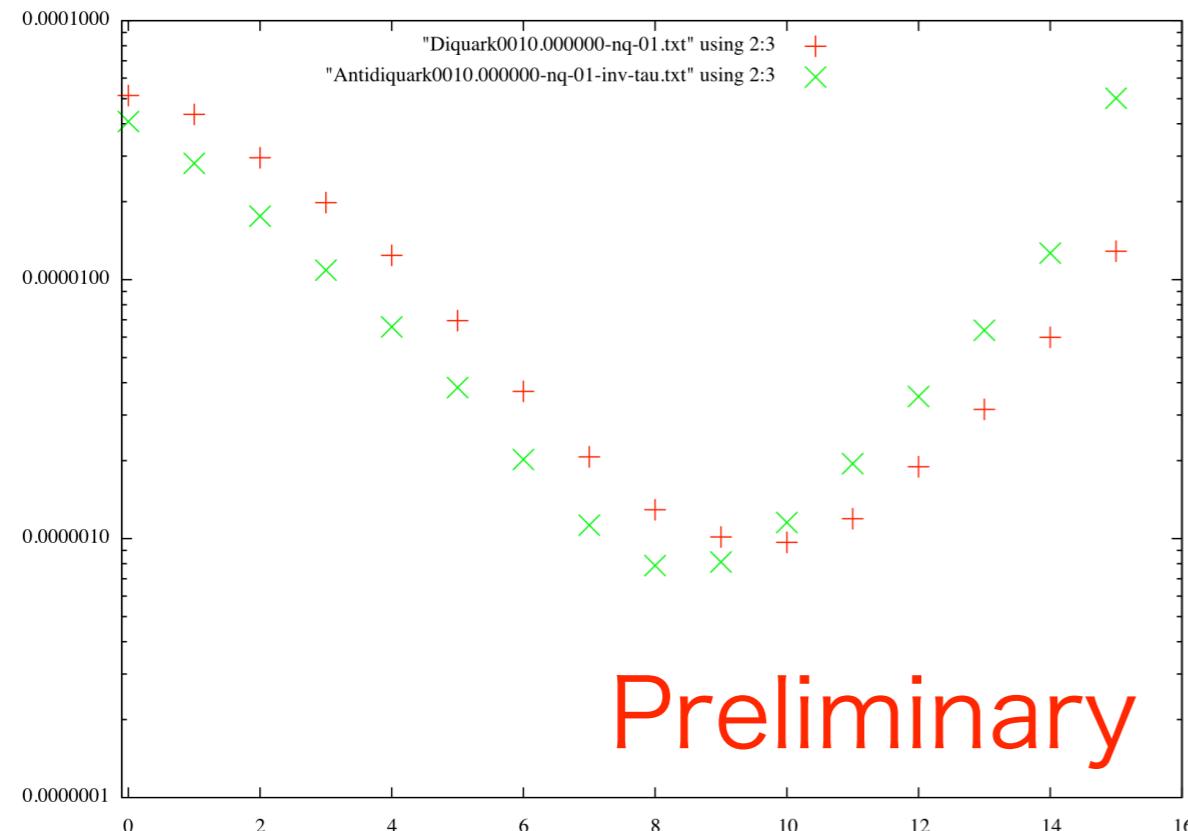
(先行研究): メソンスペクトル

Muroya et al. Phys.Lett. **B551** (2003) 305



超流動相では、rho mesonの方が軽い
(さらには、バリオン=diquarkが一番軽い?)

研究準備状況：バリオン相関関数



I=0 diquark

I=0 anti-diquark

ダイクォークの方が軽そう

(注意): 相関関数は τ -対称性を失い

$$C(\tau) = A_1 e^{-(m-2\mu)\tau} + A_2 e^{-(m+2\mu)(N_\tau - \tau)}$$

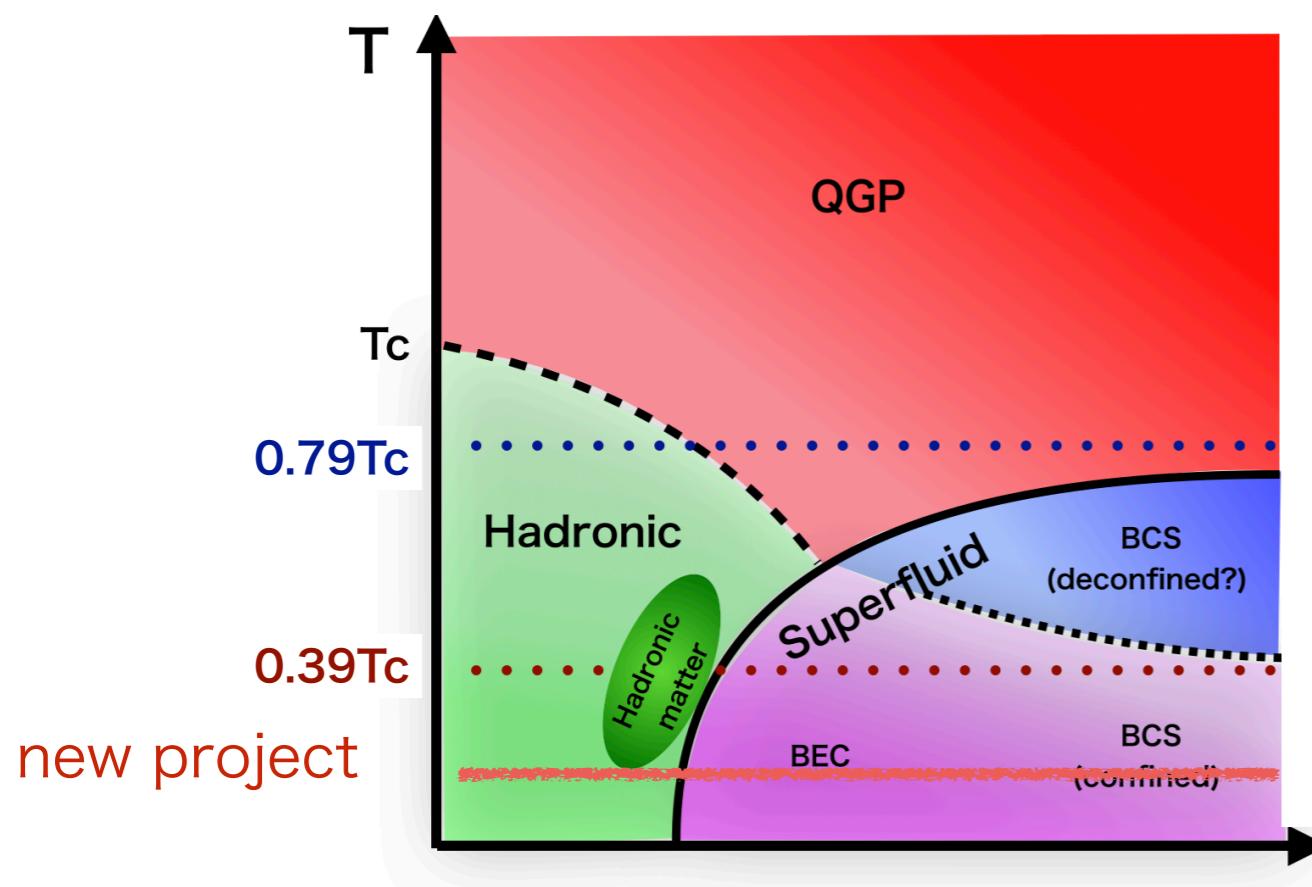
でフィットする事で有効質量mを得る

全てのメソン、バリオン相関関数測定コードを構築中

研究計画と準備状況

$$S_F^{cont.} = \frac{\int d^4x \bar{\psi}(x)(\gamma_\mu D_\mu + m)\psi(x) + \mu \hat{N}}{\text{QCD} \quad \text{Number op.}}$$

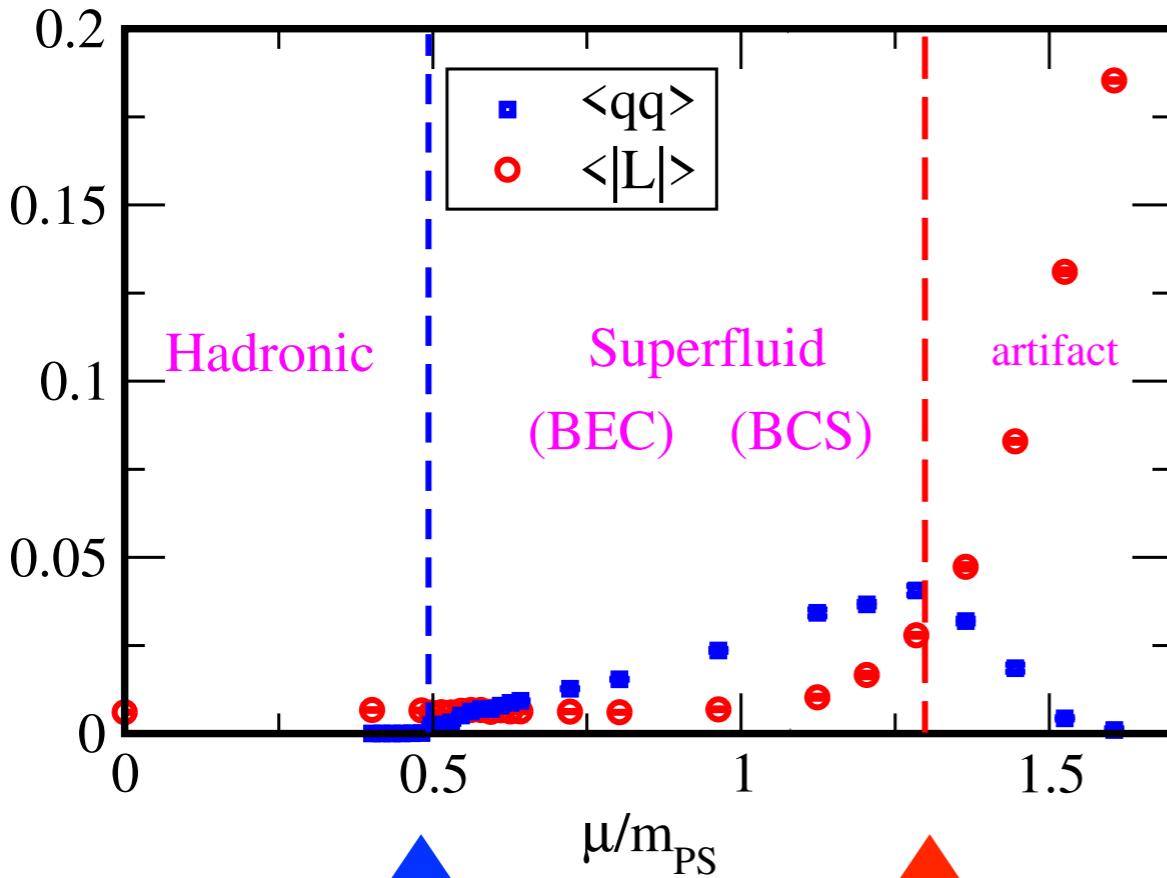
クォークで書かれたQCD作用の階層から
ハドロン/超流動階層の物理へ



- (1) ハドロンスペクトルの密度依存性
(コードデバッグ中)
- (2) 核力の密度変化
(HAL QCD法の有限密度領域への拡張:
アイデア段階)
- (3) 状態方程式の決定
(データは既に取れている)

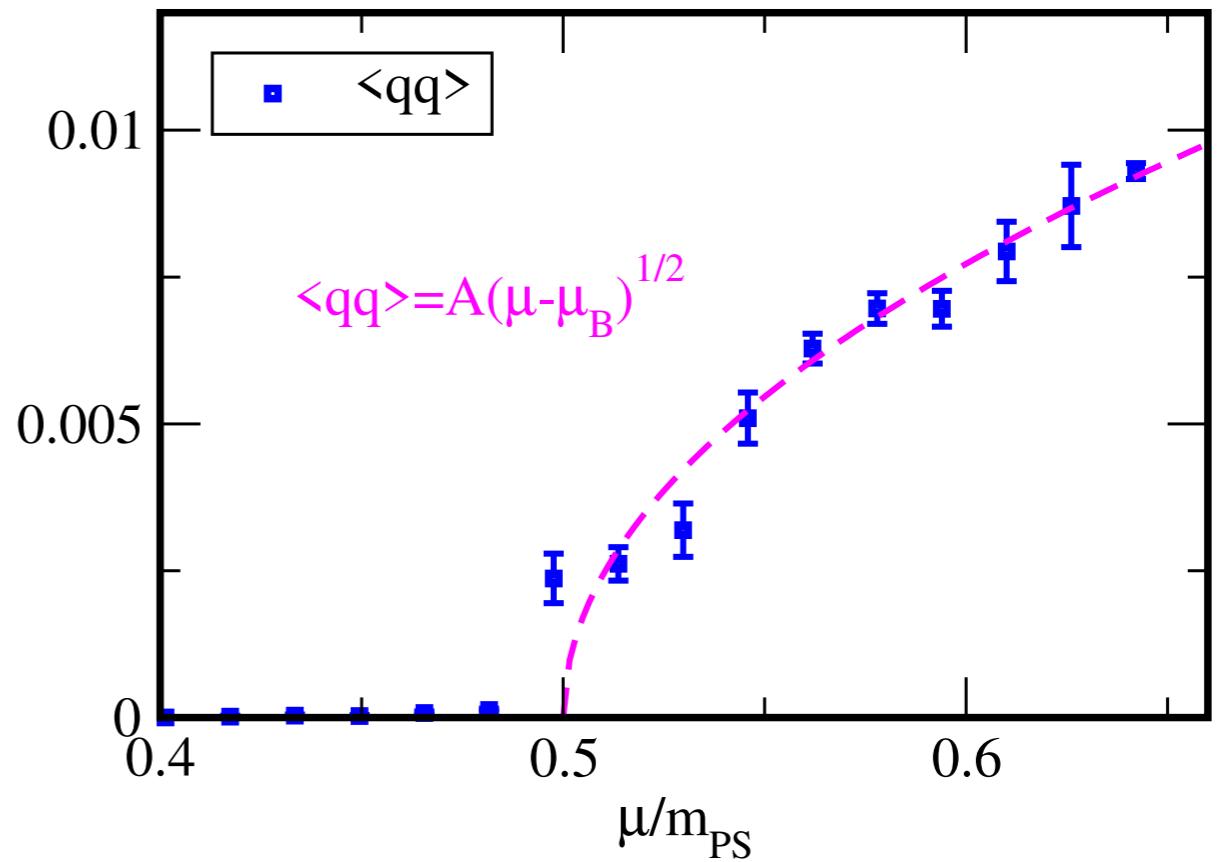
Backup slides

Phase diagram in $j=0$ limit



$\mu_B/m_{PS} \simeq 0.50$

$\mu/m_{PS} \simeq 1.28$
($\mu_D/m_{PS} \simeq 1.44$)



Scaling law of order param.
Is consistent with ChPT.

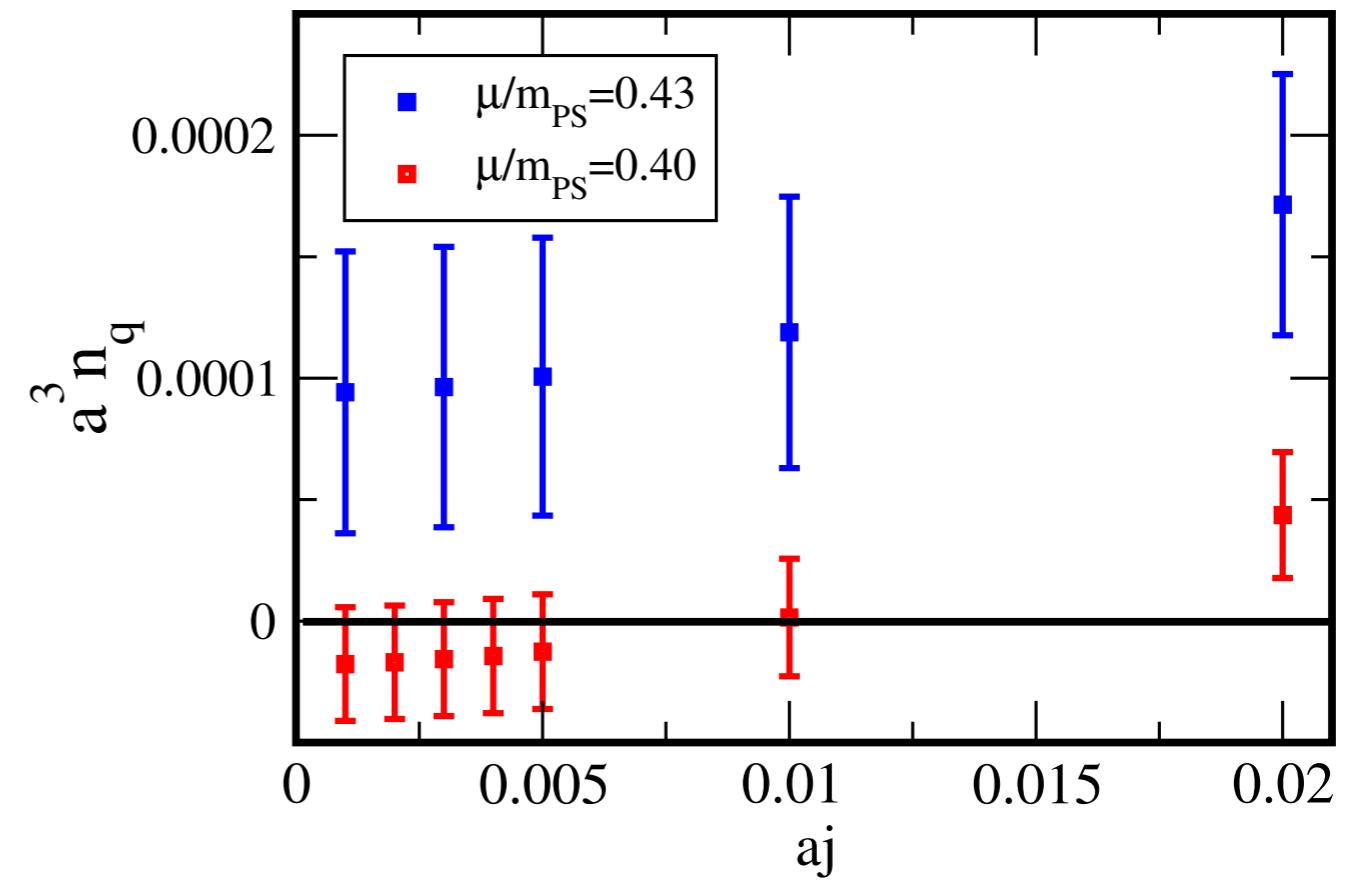
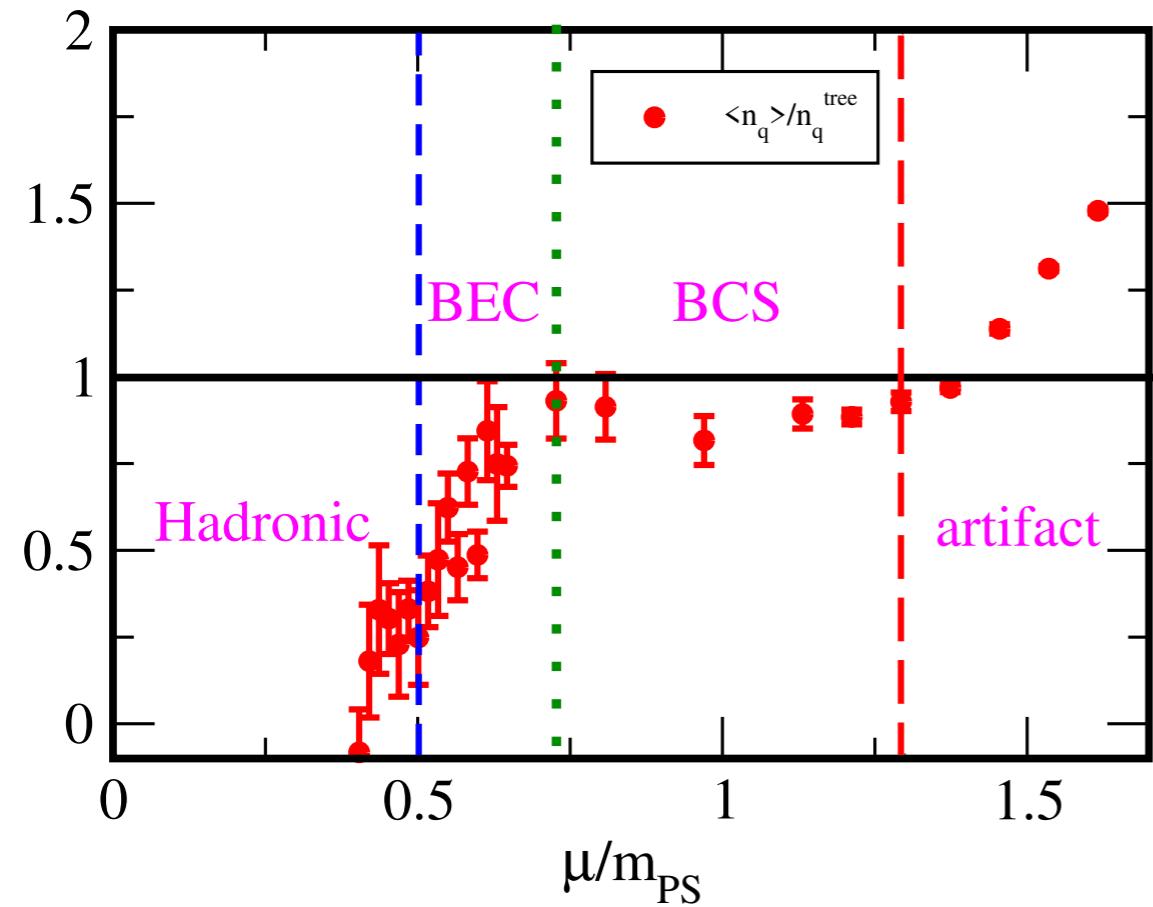
At $T=0.45T_c$, we find the BCS **with confined** phase until $\mu \lesssim 1152\text{MeV}$.

Cf.) At $T \simeq 0.25T_c$, there is a contradiction:

Confined/deconfined transition at $\mu \approx 800\text{MeV}$ by Wilson fermion (Hands, 2011)

Cannot find the transition $\mu \lesssim 1410\text{MeV}$ by rooted staggered (Kotov, 2016)

quark number density



$$\mu \leq 0.42m_{\text{PS}}$$

: Hadronic phase

$$0.42m_{\text{PS}} \lesssim \mu \lesssim 0.50m_{\text{PS}}$$

: Hadronic-matter phase

@ $T=0.45T_c$

$0.50m_{\text{PS}} \lesssim \mu \lesssim 0.72m_{\text{PS}}$: BEC phase

$0.72m_{\text{PS}} \lesssim \mu \lesssim 1.28m_{\text{PS}}$: BCS phase

$$1.28m_{\text{PS}} \lesssim \mu$$

: lattice artifact is strong

Lattice setup

Lattice action:

Iwasaki gauge action + Nf=2 Wilson fermion

Include quark chemical potential + diquark source term

RHMC algorithm

Lattice parameter: beta=0.8

mass para. (κ) is tuned to be $m_{\text{PS}}/m_{\text{V}} = 0.823(9)$

at $\mu = 0$

$a\mu \leq 1.0$ to avoid a lattice artifact

Lattice size: 16^4 : $T=0.45T_c$

$32^3 \times 8$: $T=0.89T_c$

T_c : (chiral) critical temperature at $\mu = 0$

Parameter regime of chemical potential

$$\mu/T \leq 16, \quad \mu/m_{\text{PS}} \leq 1.60$$

宣传

online international workshop:
**"Probing the physics of high-density and low-temperature matter
with ab initio calculations in 2-color QCD"**
3rd - 6th November 2020

招待講演者 (confirmed) :

Vitaly Bornyakov (IHEP, Russia)

Shi Chen (University of Tokyo)

Takuya Furusawa (Tokyo Institute of Technology)

Simon Hands (Swansea University)

Katsuya Ishiguro (Kochi University)

Toru Kojo (Central China Normal University)

Andrey Y. Kotov (Moscow Institute of Physics and Technology)

Atsushi Nakamura (Far Eastern Federal University)

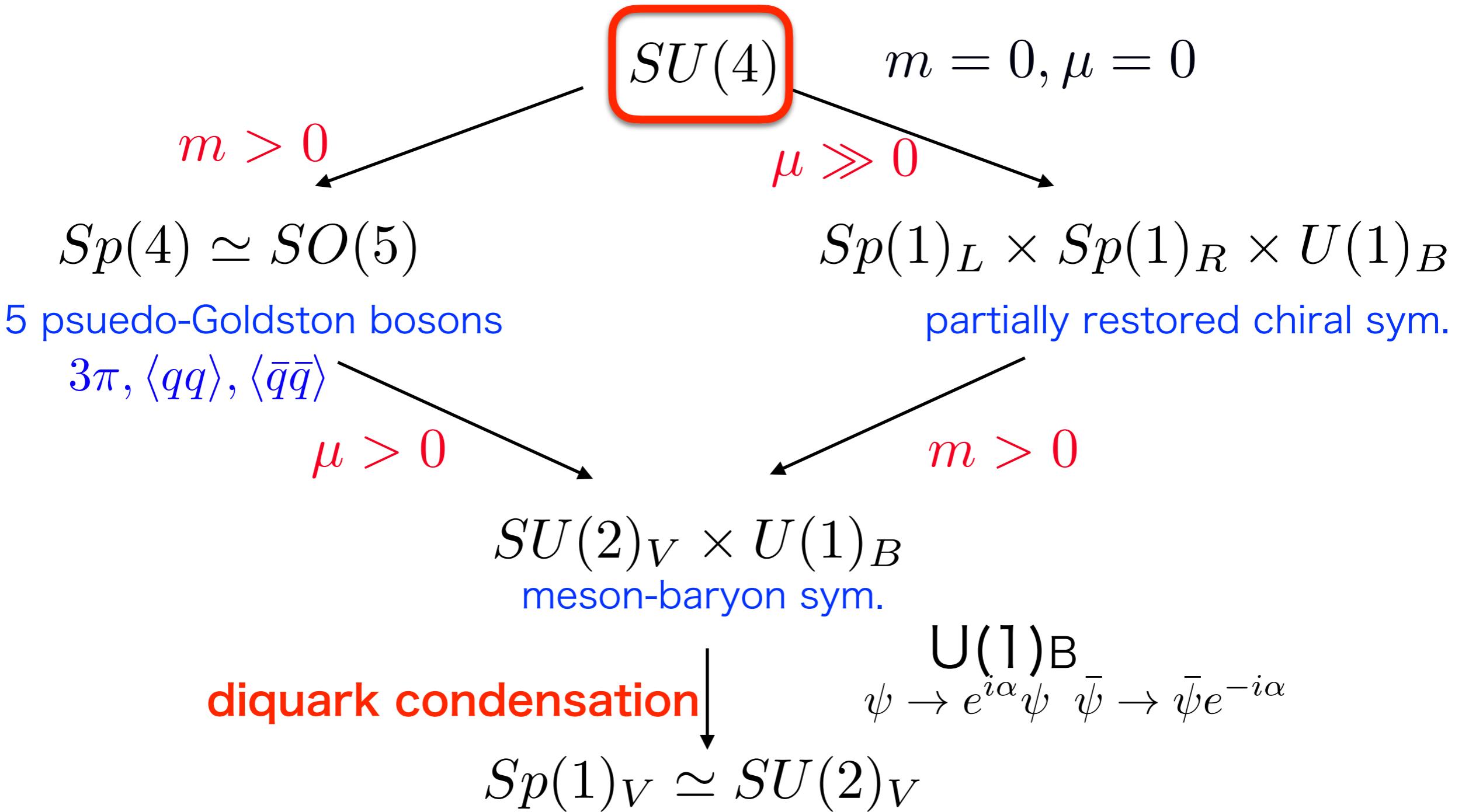
Jon-Ivar Skullerud (Maynooth University)

Yuya Tanizaki (YITP, Kyoto University)

Roman Zhokhov (IHEP, Russia)

Flavor symmetry and its breaking

enhanced flavor symmetry in $N_c=N_f=2$



diquark condensate plays an alternative role of
chiral condensate in finite mu regime.