# 定例報告@1/16
# ビーム像シミュレータ “Backhands* ” 開発報告

中村研究室 河田鷹介

平成 21 年 1 月 16 日

**概 要**

仕様書を兼ねて、概念などを説明する。

## Backhands のコンセプト

### 実験系

実験系は本質的に「部分系の列」として定義される。

### 部分系

STQ, ダイポール、自由空間ダクトなど、ビームライン上にありビームの粒子に対し何らかの作用を行うものを部分系と定義する。
部分系は Action という名前の関数を必ず持たなければならない。この関数は Ray オブジェクト (ビームの個々の粒子を表すもの) を受け取り、これを処理した Ray オブジェクトを返す。
Action 関数の処理内容がその部分系がビームの粒子に及ぼす作用となる。

### コード例

メインルーチンの主要部:

```
//PT, フィルタ、ビームラインの生成
CoSysPT BePT(Be, Ca48, C22);
Cosyfier.SetSigma(0.01, 0.05, 0.01, 0.04, 0.03);
Beamline BigRIPS("./MEs/MESXN");
Filter PSlit;  PSlit.SetInterval("p", 0.03);

/*中略*/

//実験系に部分系を追加。追加した順に上流から並ぶ。
RIBF55.AddSubsystem(BePT);
RIBF55.AddSubsystem(PSlit);
RIBF55.AddSubsystem(BigRIPS);

RIBF55.Run(40000);
```

Run 関数の中身:

```
void System::Run(int iteration){
Ray projectile = prototype,
    outgoing;

for(int it=0; it<iteration; it++){
  outgoing = projectile;
  PrimalVariation(outgoing);
```

*乱射ボーイの別名

```
    Shot(outgoing);
    OutputVectorPlain();
  }
}

Ray& System::Shot(Ray& proj){
  for(Subsystems::iterator sit = beamline.begin();
      sit!=beamline.end(); sit++){
    if(proj.Alive()) (**sit).Action(proj);
    OutputVector(proj);
  }

  return proj;
}
```

# イオン光学の取扱い

## COSY 出力の問題点

ビームベクトルを $\boldsymbol{v} \rightarrow \boldsymbol{v'}$ に変えるトランスファーマトリクスは、

$$v'_i = \sum_j (i|j)v_j + \sum_{jk} (i|jk)v_j v_k + \sum_{jkl} (i|jkl)v_j v_k v_l + ... \tag{1}$$

のように定義される。

COSY の内部座標は 8 次元であり、順番に $x, a, y, b, t, \delta_K, \delta_m, \delta_z$ となっている。
よって、トランスファーマトリクスの添字は $x$ から $\delta_z$ までの 8 つ全てを取る。
しかし、COSY の PM コマンド[1]で書き出されるのは $i = 1 \sim 5$ および $j, k, l... = 1 \sim 6$ の成分のみである。

## マトリクスの取扱い

従って、入力として使える成分は $xaybt\delta$、出力として取れる成分は $xaybt$ のみである。
これらのうち、$t$ については一切考えないことにする。
また $\delta$ については、エネルギー損失の無い所では原理的に変化しないので、そのような場所では $i = xayb$、$j, k, l... = xayb\delta$ として計算し、エネルギー損失を起こす所では $\delta$ のみを単独で計算する[2]。

## 注！

COSY が出すのはあくまでも $\delta_K$ であって $\delta_p$ でない。

## COSY の出力フォーマット

FORTRAN フォーマットの (1X,5G14. 7,1X,A)

5G14.7 は「全 14 桁、うち小数部 7 桁の科学的表記の実数× 5」、A は数字文字混合列を意味する。
PM の場合、前者 (5 カラム) にマトリクスの成分が並ぶ、後者にその成分がどの座標に結合しているかを示すための文字列が並ぶ。

[1]実行した時点でのトランスファーマトリクスを外部出力に書き出す
[2]$xayb$ の変化と $\delta$ の変化を分解する

例

1 次の例。1 次なので、マトリクスは 2 つの添字 $i, j$ を持ち、$(i|j)$ と表現される。

```
x           a           y           b           t           xaybtd
2.814873    0.5619458   0.000000    0.000000    0.000000    010000
```

初めの 5 カラムは、左から順に $i = x, a, y, b, t$ に対応する。
6 カラム目の文字列は $j$ を表している。この場合左から 2 番目が 1 なので、$j = a$ である。
よってこの行が表しているのは

$$(x|a), (a|a), (y|a), (b|a), (t|a) \tag{2}$$

である。

続いて 3 次の例。マトリクスは 4 つの添字 $i, j, k, l$ を持ち、$(i|jkl)$ と表現される。

```
0.4250029E-13 0.5832698E-13 -2.682255     -3.552791     0.2339575E-14 002100
```

$i$ については先と同様。
6 カラムの文字列も、今度は $j, k, l$ を表している。ただし、トランスファーマトリクスの特徴として「$j$ 以降の添字は可換[3]」であるので、どの添字が「何回」出てくるかを示すだけで十分である。
従ってこの行は

$$(x|yyb), (a|yyb), (y|yyb), (b|yyb), (t|yyb) \tag{3}$$

および

$$(x|yby), (a|yby), (y|yby), (b|yby), (t|yby) \tag{4}$$

および

$$(x|byy), (a|byy), (y|byy), (b|byy), (t|byy) \tag{5}$$

である。

# 計算の検証

## 条件

| 粒子数 | 1 次ビーム | 2 次ビーム | 入力 | フィルタリング |
|---|---|---|---|---|
| 40000 | $^{48}$Ca 345MeV/u | $^{22}$C | C-Narrow(六極入り) 3 次まで | PT 直後で $\lvert\delta\rvert < 0.03$ |

### XY 像

トランスファーマトリクス適用の際に考慮する次数を変えて、系終端での XY のプロットの形状を見た (図 1)。

1 次の図は、入力をそのまま拡大したような形状をしており、特に奇妙な所はない。

2 次の図は一見した所、X が正の方向に偏っており不自然である。
ここで、入力に使ったマトリクスのうち 2 次の部分を見てみる:

```
  20.19693      -8.442467      0.5277695E-13-0.2441607E-12  5.059122      200000
  13.83102      -4.148921      0.4608195E-14 0.7994014E-13-0.9733364      110000
 -10.02093      -2.237687      0.1548746E-13-0.1007580E-12-0.1991476      020000
-0.5252345E-12-0.5138355E-12 -24.87039       275.4689      0.2888194E-12 101000
 0.1310037E-11 0.2324098E-12 -2.363080     -0.1687803     -0.4186056E-13 011000
  6.396257       125.0919      0.1911432E-12 0.2669628E-11 -204.5202      002000
 0.1645277E-14-0.1735748E-13 -4.089068       3.421881      0.9908494E-14 100100
 0.4071375E-13 0.5432311E-14  5.058953       1.212181      0.2919652E-14 010100
 -2.449350       3.311685      0.6303273E-14-0.7383782E-13 -1.970043      001100
```

[3] 偏微分の可換性に由来

```
  2.677319       4.204259     -0.2380922E-13 0.1215181E-12 0.6693530E-01 100001
 0.9206454     -0.2321036     -0.6830322E-14-0.1930900E-13-0.1251468      010001
 0.1244601E-12 0.1259730E-12  6.019977      -172.7292     -0.1658534E-12 001001
  2.862373      0.6755403      0.9294292E-14-0.2253158E-14 -4.061982      000200
-0.6805631E-14 0.2987481E-14  19.30589       2.176741     -0.5529842E-14 000101
 0.1631225      0.2391324E-01 0.4006569E-14-0.3641825E-13 -26.15315      000002
```

これらのうち、$j = k$ となる部分のみを抜き出す:

```
  20.19693      -8.442467      0.5277695E-13-0.2441607E-12  5.059122      200000
 -10.02093      -2.237687      0.1548746E-13-0.1007580E-12-0.1991476      020000
  6.396257       125.0919      0.1911432E-12 0.2669628E-11 -204.5202      002000
  2.862373      0.6755403      0.9294292E-14-0.2253158E-14 -4.061982      000200
 0.1631225      0.2391324E-01 0.4006569E-14-0.3641825E-13 -26.15315      000002
```

$i = x$ の部分 (1 カラム目) を見ると、$(x|aa)$ 以外は正となっている。
そして一般に、入力は $|x| > |a|$ となる傾向がある (図 2)。
従って 2 次の項による $x$ への作用は正の方向に強く出る筈である。

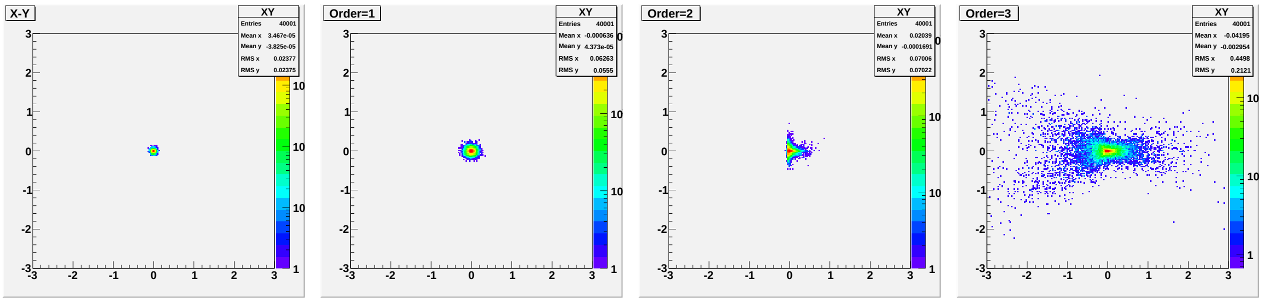


図 1: 左から:入力、マトリクスを 1 次のみ、2 次まで、3 次まで考慮した結果

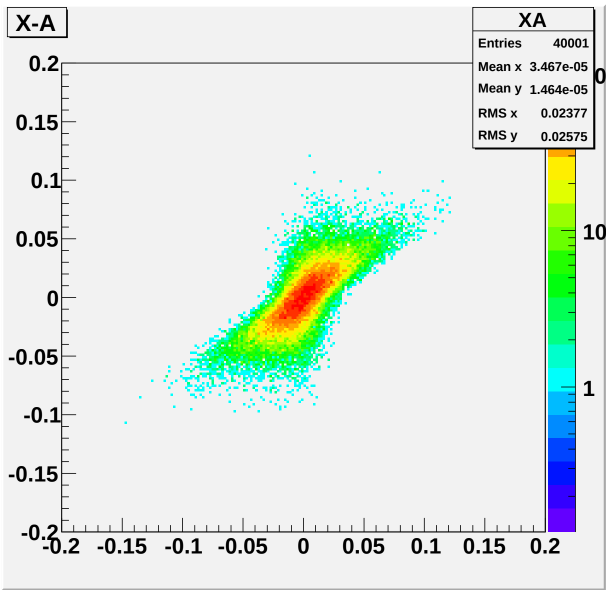


図 2: 入力の X-A 相関

## 未検証事項

トランスファーマトリクスはビームベクトルのマクローリン展開係数として定義されるので、テイラー展開に付随して $1/N!$ の因子が付く。Backhands はマトリクスの値がこの因子を内包しているものとして計算しているが、もし COSY の出力するマトリクスの値がこの因子を含まないものであった場合、結果として Backhands は高次項の寄与を過大に評価していることになる。

### Achromaticity

続いて、系終端での X-P,A-P 相関を見る (図 3)。

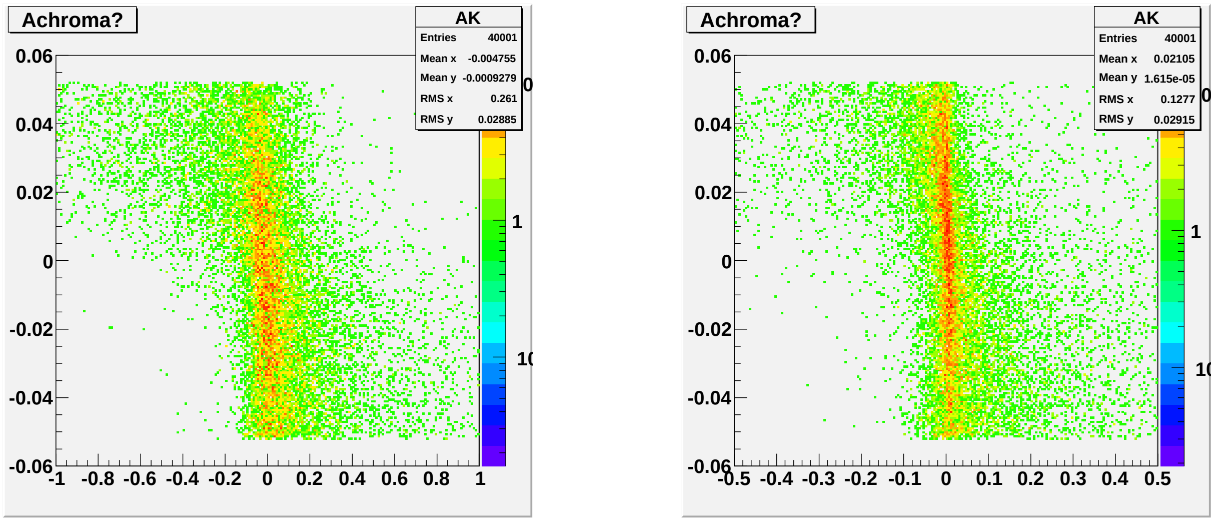


図 3: X-P,A-P 相関

この図によれば、$\delta$ の変動 $\pm 0.03$ に対し、X,A の主要な領域はそれぞれ $\pm 0.1$[m],$\pm 0.04$[rad] 程度の幅で変動する。

なお、Backhands はビームベクトルには運動エネルギーを使用し、必要に応じて運動量に変換して扱う。