第3章

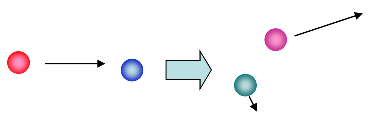
核反応の理論的取り扱い入門

- 核反応論の入門
- 核反応の運動学

核反応入門

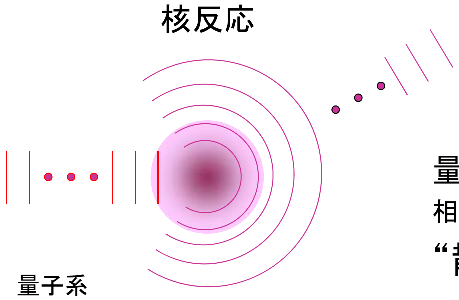
核反応の測定

- 量子(ミクロ)系の情報を、古典(マクロ)系における物理量ーエネルギー・運動量ーから得る
- 反応確率を、運動量とエネルギーの関数としてみる



古典系

核反応



量子系

量子系と古典系を結ぶ物理量:

相対波動関数の自由空間での漸近形

“散乱(反応)の量子論”

核構造と核反応

量子多体系の“波動関数”の性質

- 密度分布、形、配位、相互作用、相関、集団性、応答…

↑

核構造モデル

- 座標空間・配位空間におけるモデル波動関数

核反応論(モデル)

相対波動関数の自由空間での漸近形を反応に関与する相互作用と核構造から求め、反応で得られる物理量を得る

運動量空間における波動関数

核反応の概要

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}=\frac{\mu_i\mu_f}{(2\pi\hbar^2)^2}\frac{k_f}{k_i}\frac{1}{(2J_p+1)(2J_i+1)}\sum_{M_f m_n M_i m_p}\left|T_{if}\right|^2$$

非相対論近似

$$T_{if}^{DW}=\int d^3r\chi_f^{(-)*}(\vec{r},\vec{k}_f)\langle\phi_f,\psi_f\left|\sum_j t_{ip}\right|\psi_i,\phi_i\rangle\chi_i^{(+)*}(\vec{r},\vec{k}_i)$$

T：遷移振幅

歪曲波インパルス近似

平面波近似

$t_{jp}=V_0\delta(r_{jp})$ 有効相互作用

$|\phi_i\rangle$ と $|\phi_f\rangle$ の内部構造を無視

$$T_{if}^{PW}(\vec{r},\vec{k}_i,\vec{k}_f)\propto\int d^3r\langle\psi_f|V_0\delta(r)|\psi_i\rangle\exp(-i\vec{k}_f\vec{r})^*\cdot\exp(-i\vec{k}_i\vec{r})$$

$\vec{q}=\vec{k}_i-\vec{k}_f$ 運動量移行

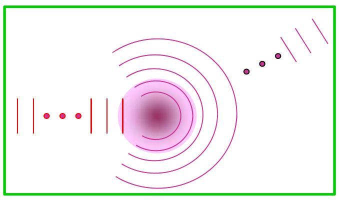
$$\exp(i\vec{q}\cdot\vec{r})=4\pi\sum_{lm}i^l j_l(qr)Y_{lm}(\hat{r})Y_{lm}^*(\hat{q})$$

核の励起が角運動量移行Lを伴う場合
ごく大雑把には

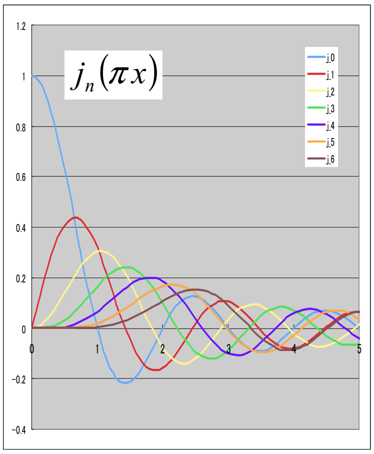
$$\frac{d\sigma}{d\Omega}\propto\left|T_{if}\right|^2\propto\left|\exp(-i\vec{q}\vec{r})\right|^2\times(\text{核構造}J,L,S\text{による制限})$$

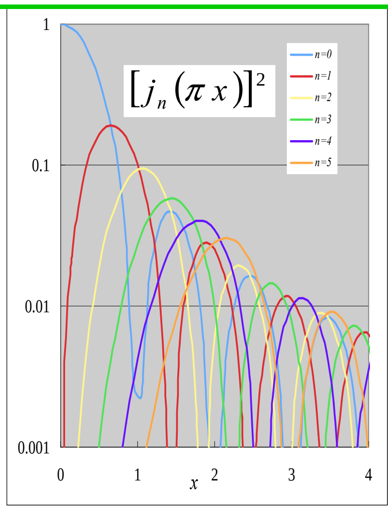
$$\propto\left|j_L(qR)\right|^2$$

角度分布を測定すればLを決められる
[S,J(＝S+L)を決めるのは難しい]



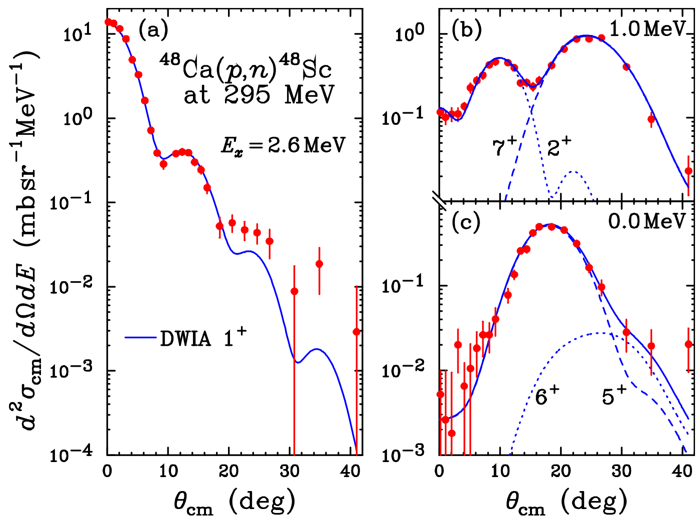
球ベッセル関数と角度分布





L=0 (n=0)だけが前方ピーク！
L≠0はすべて有限角度でピーク（0°では断面積はゼロ、実際は歪曲効果で有限）
ピークの角度からLを決める

角度分布の例



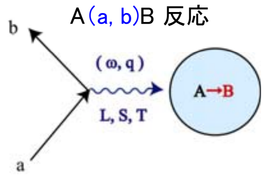
運動学

●実験を遂行するには、運動学の知識が不可欠。
　実験室系（測定）　＜－－－＞　重心系（理論）
●相対論的運動学は、Particle Data Group のまとめ
　http://pdg.lbl.gov/2007/reviews/kinamarpp.pdf　が便利。
●原子核の励起は運動学と密接に関係している。その大局的理解には
　励起エネルギー（ω）と運動量移行（q）の関係の理解が役立つ。

以下に
- ➢非相対論的運動学の復習
- ➢励起エネルギーと運動量移

について説明する

ハンマー（プローブ）： 原子核散乱
A（a, b）B 反応



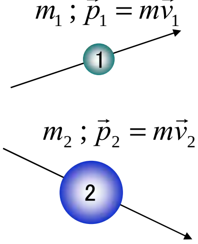
プローブの例：
（p,p'）, （α,α'）, （p,n）

運動学

自由空間における2体系の非相対論的運動学：並進運動と相対運動

$m_1\,;\,\vec{p}_1 = m\vec{v}_1$

$m_2\,;\,\vec{p}_2 = m\vec{v}_2$



$$T = \frac{p_1^2}{2m_1} + \frac{p_2^2}{2m_2} = \frac{P_{CM}^2}{2M_{tot}} + \frac{p_{rel}^2}{2\mu} = T_{CM} + T_{rel}$$

$$M_{tot} = m_1 + m_2\,;\,\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

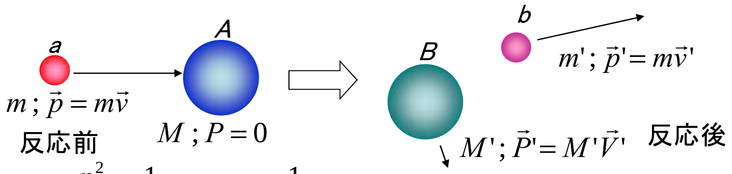
$$\vec{P}_{CM} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2\,;\,\vec{p}_{rel} = \frac{m_2\vec{p}_1 - m_1\vec{p}_2}{m_1 + m_2}$$

$$\vec{V}_{CM} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}\,;\,\vec{v}_{rel} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$$

T_{CM}, P_{CM}：系全体の並進のエネルギー(核反応には寄与しない)
T_{rel}, P_{rel}：核反応で本質的なエネルギー(系全体の内部エネルギー)
　　　　ガリレイ変換で不変(速度の加法則が成立)
　　　　相対論では、[(1+2)系の不変質量]ー[m_1+m_2]

運動学—エネルギー運動量保存—

2体反応 *A(a,b)B* の非相対論的運動学(実験室系)



$$T=\frac{p^2}{2m}=\frac{1}{2}M_{tot}V_{CM}^2+\frac{1}{2}\mu v_{rel}^2$$

$$=\frac{p'^2}{2m'}+\frac{P'^2}{2M'}-Q=\frac{1}{2}M_{tot}V_{CM}^2+\frac{1}{2}\mu' v'^2_{rel}-Q$$

$$M_{tot}=m+M=m'+M'\ ;\ \mu=\frac{mM}{M_{tot}}\ ;\ \mu'=\frac{m'M'}{M_{tot}}$$

$$\vec{V}_{CM}=\frac{\vec{p}}{m+M}\ ;\ \vec{v}_{rel}=\vec{v}\ ;\ \vec{v}'_{rel}=\vec{V}'-\vec{v}'$$

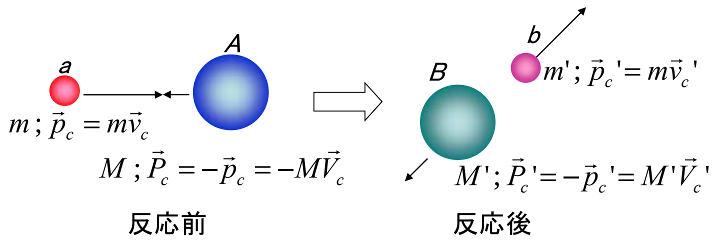
相対運動の運動量変化

$m'=m\,, M'=M$ のとき $\boxed{Q=-E_x}$, $\vec{q}=\mu\left(\vec{v}_{rel}-\vec{v}'_{rel}\right)=\frac{M}{M_{tot}}\left(\vec{p}-\vec{p}'\right)$ 運動量移行

エネルギー移行

運動学—エネルギー運動量保存—

2体反応 *A(a,b)B* の非相対論的運動学(重心系)



$$T_c=\frac{M}{m+M}T=\frac{1}{2}\mu v_{rel}^2=\frac{1}{2}\mu' v'^2_{rel}-Q$$

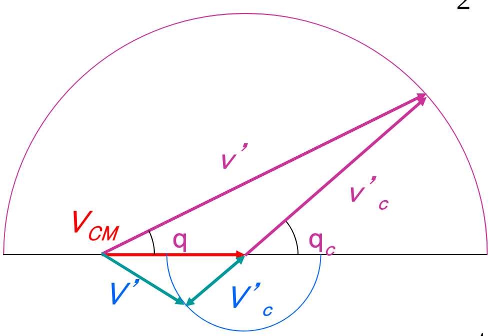
$$\vec{V}_{CM}=\frac{\vec{p}}{m+M}\ ;\ \vec{v}_{rel}=\vec{v}\ ;\ \vec{v}'_{rel}=\vec{V}'-\vec{v}'=\vec{V}_c'-\vec{v}_c'$$

相対運動の運動量変化

$m'=m\,, M'=M$ のとき $\vec{q}=\mu\left(\vec{v}_{rel}-\vec{v}'_{rel}\right)=\frac{M}{M_{tot}}\left(\vec{p}_c-\vec{p}'_c\right)$ が運動量移行になる

運動学　実験室系と重心系の変換：速度図

反応後の粒子の速度



$$\frac{1}{2}\mu' v'^2_{rel} = \frac{M}{m+M}T + Q$$

$$V_{CM} = \frac{m}{m+M}v$$

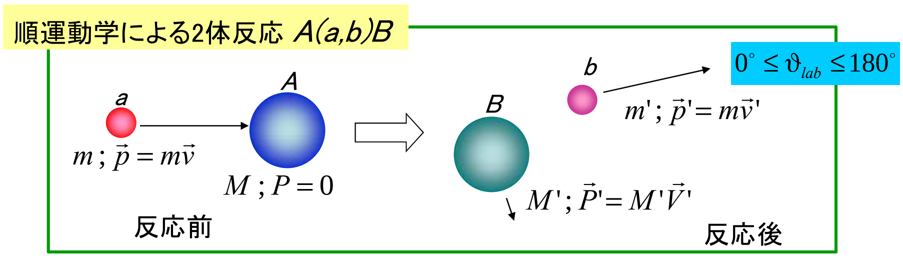
$$v'_c = \frac{M'}{m'+M'}v'_{rel}$$

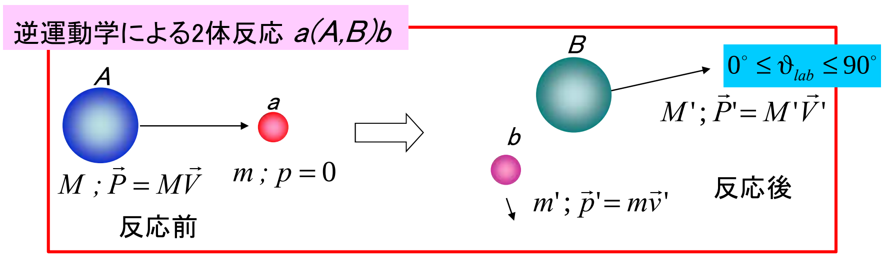
$$V'_c = \frac{m'}{m'+M'}V'_{rel}$$

$$v'^2_c = v'^2 + V^2_{CM} - 2v'V_{CM}\cos\theta$$

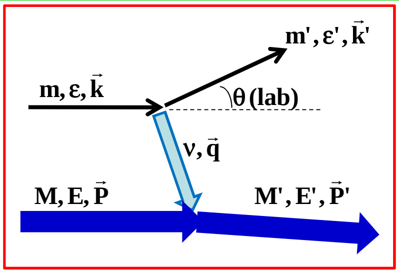
$$\tan\theta_c = \frac{v'\sin\theta}{v'\cos\theta + V_{CM}}$$

逆運動学による核反応—実験室系—　（不安的核ビーム実験）





励起エネルギーと運動量移行



$T = \varepsilon - m$ 入射運動エネルギー

$\omega = M' - M'_g$ 生成核の励起エネルギー

θ 散乱核(実験室系)

$\nu, \vec{q}$ エネルギー移行、運動量移行

$$\varepsilon = (m^2 + \vec{k}^2)^{1/2}, \quad E = (M^2 + \vec{P}^2)^{1/2}, \quad \text{etc.}$$

$$\nu = \varepsilon - \varepsilon' = E' - E \quad \vec{q} = \vec{k} - \vec{k}' = \vec{P}' - \vec{P}$$

これから $M'^2 = E^2 - \vec{P}'^2 = (E + \nu)^2 - (\vec{P} + \vec{q})^2$

ここでエネルギーロス ν を ε、q などで書き換えると

$$(\omega + M'_g)^2 = \{E + \varepsilon - \sqrt{m'^2 + (\vec{k} - \vec{q})^2}\}^2 - (\vec{P} - \vec{q})^2$$

標的静止系では $\vec{P} = 0, \quad E = M \quad \therefore \vec{P}' = \vec{q}$

$$\vec{q}^2 = k^2 + k'^2 - 2kk'\cos\theta \qquad q = |\vec{q}|$$

$$\omega = [\{M + m + T - \sqrt{m'^2 + k'^2}\}^2 - q^2]^{1/2} - M'_g$$

$$k' = k\cos\theta \pm \sqrt{q^2 - k^2 \sin^2\theta} \qquad \text{always} \quad q \geq k\sin\theta$$

$\theta \geq \frac{\pi}{2}$ ならば+のみ

$\theta < \frac{\pi}{2}$ ならば±の分岐あり

励起エネルギーと運動量移行

θを決めて ω と q の関係を求める場合

$$\omega = [(M + \nu)^2 - \vec{q}^2]^{1/2} - M'_g$$

$$\vec{q}^2 = k^2 \sin^2\theta + (k' - k\cos\theta)^2$$

$$\text{here} \begin{cases} k = \sqrt{T^2 + 2mT} = \sqrt{\varepsilon^2 - m^2} \\ k' = \sqrt{(m + T - \nu)^2 - m'^2} = \sqrt{(\varepsilon - \nu)^2 - m'^2} \end{cases}$$

$$Q = m + M - (m' + M'_g)$$

非弾性散乱の場合 $m = m', \quad M' = M$

$$\omega = [\{M + m + T - [m^2 + (k\cos\theta \pm \sqrt{q^2 - k^2\sin^2\theta})^2]^{1/2} - q^2\}]^{1/2} - M$$

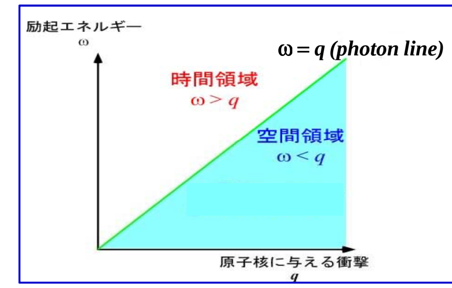
実際の計算

$$\omega = [(M + \nu)^2 - \vec{q}^2]^{1/2} - M$$

$$\vec{q}^2 = k^2 \sin^2\theta + (k' - k\cos\theta)^2$$

$$\text{here} \begin{cases} k = \sqrt{T^2 + 2mT} \\ k' = \sqrt{(T - \nu)(T - \nu + 2m)} \end{cases}$$

q とωの大局的振る舞い

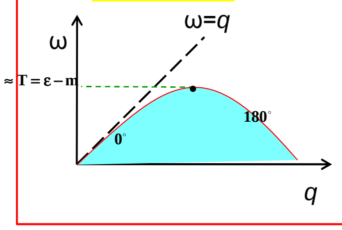


q : MeV/c　or　fm^{-1}

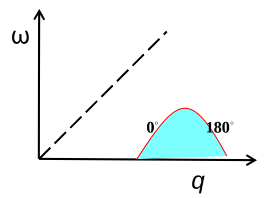
ω ⇒ *large*：短時間現象
q ⇒ *large*：短距離現象

qとωの関係は、θ＝0, πの場合、双曲線

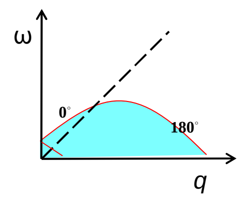
非弾性散乱



核子移行反応　(d,p)等



核子移行反応　(p,d)等



この章のまとめ

- 核反応入門の入門
- 実験室系と重心系
- 逆運動学
- 励起エネルギー(ω)と運動量移行(q)
- ωとqの大局的振る舞い

次章は巨大共鳴と荷電交換反応