

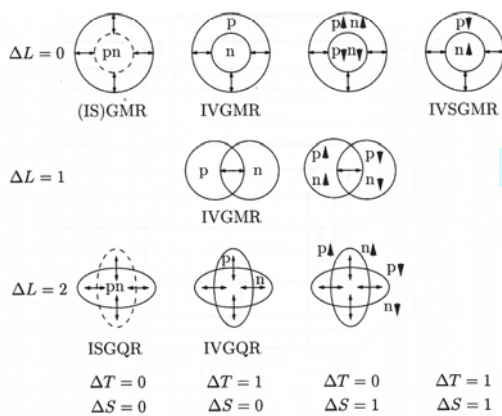
第4章

巨大共鳴と荷電交換反応

- 巨大共鳴とは
- 和則

さまざまな巨大共鳴 (集団運動)

◆ 原子核の集団運動の特徴をもっとも表す巨大共鳴を取り上げる



演算子による分類
 スピン S
 荷電スピン T
 軌道 r と $Y_L(\theta, \varphi)$

LとΔLが混在 (適当に理解してください)

定義: $O^{\lambda,S,T} = \sum_{i=1}^A r_i^\lambda Y_\lambda^\mu(\Omega_i) \sigma_i t_i^\pm$
 t^\pm を τ^\pm と書くこともある
 (注意: 規格化定数が異なる)

和則 (sum rule)

- ◆ 1 粒子演算子 F に関する和則

$$S_k(F) = \sum_n (E_n - E_0)^k |\langle n | F | 0 \rangle|^2$$

- ◆ Non-energy weighted sum rule (励起強度和)

$$S_0(F) = \sum_n |\langle n | F | 0 \rangle|^2$$

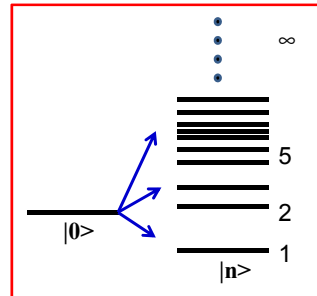
- ◆ Energy weighted sum rule (強度分布の重心のエネルギー)

$$S_1(F) = \sum_n (E_n - E_0) |\langle n | F | 0 \rangle|^2$$

- ◆ 強度が 1 つの状態に集中するとき

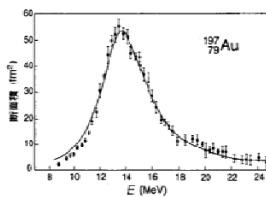
$$\bar{E}(F) = \frac{S_1(F)}{S_0(F)}$$

色々使えて便利、重要！



双極巨大共鳴 (集団運動)

例: 光吸収反応による巨大共鳴の励起



Breit-Wigner の共鳴公式

$$\sigma(E) = \frac{\sigma_0}{(E - E_{res})^2 + (\Gamma/2)^2}$$

- なぜ '巨大' と呼ぶのか？

• 陽子による吸収:

$$\pi r^2 = 3.14 \times (1.0)^2 \sim 3.1 \text{ fm}^2$$

$$\sigma(Z=79) = 3.1 \times 79 = 245$$

• 一方、実験からは

$$\sigma(\text{exp}) \sim 300 \text{ MeV fm}^2$$

全ての陽子が関与！

GDR: Giant Dipole Resonance

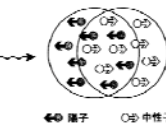
- ◆ 電気双極子演算子
電気型は電荷をもつ陽子だけに作用する

$$M(E1) = \sum_i \frac{1 - \tau_z(i)}{2} z_i = \frac{1}{2} \sum_i z_i - \frac{1}{2} \sum_i \tau_z(i) z_i$$

- 右辺の第 1 項は重心を移動するだけ (内部励起は励起しない)
- 右辺の第 2 項は Dipole 運動が原子核の内部励起を起す

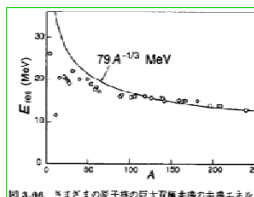
- ◆ Isoscalar 型電気双極子演算子
(重心が動かないよ引一定値)
陽子と中性子に逆符号で作用

巨大共鳴



陽子と中性子が一緒に分布している原子核の基底状態が光を吸収すると、陽子と中性子が逆方向に励起・移動し、偏電荷が生じる。

$$O_p = e r Y_{10} \tau_0$$



実験値の系統性と良い一致

GDR は本来
1.7ω 励起であるが、
観測値は 2.7ω 励起

1⁺ 状態間に働く核力は斥力

図 3.46 きまごの原子核の巨大双極共鳴の共振エネルギー

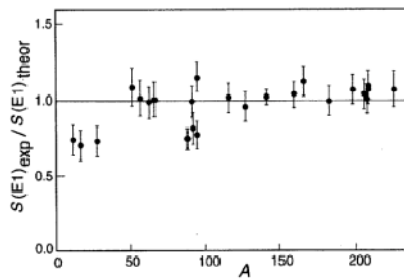
双極巨大共鳴の和則

光吸収反応の全断面積

エネルギー荷重和則

$$\sigma_{\text{total}} = \frac{4\pi^2 e^2}{\hbar c} \sum_n (E_n - E_0) |\langle n | \mathcal{M}_{iv}(E1) | 0 \rangle|^2$$

Thomas-Reiche-Kuhn 和則 $\sigma_{\text{total}} = \frac{2\pi^2 e^2 \hbar}{mc} \frac{NZ}{A} (1 + K)$

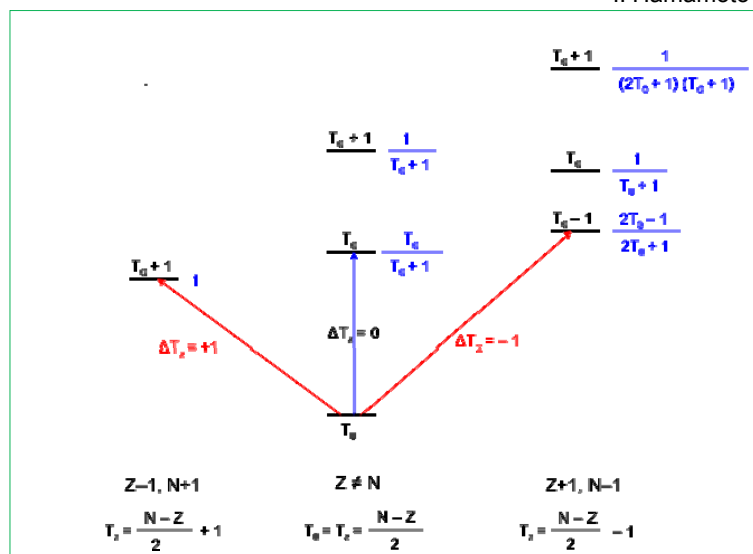


和則; 定数で書かれている
(パラメータに依存しない)

巨大の定義: 和則値を尽くす共鳴状態
(実際は > 30%)

荷電スピンの巨大共鳴の関係

I. Hamamoto さんの図



実験で確かめられた巨大共鳴

From Hamamoto Lecture

Examples of Giant Resonances experimentally studied in β -stable nuclei are

(a) Excitations in the same nuclei (IS = Isoscalar, IV = Isovector)

	spin-parity	operator	observed peak energy
IS GMR*	0+	$\sum_i r_i^2$	$80 A^{-1/3}$ MeV (for $A > 90$)
IS GDR*	1-	$\sum_i r_i^2 Y_{10}(r_i)$	
IV GDR	1-	$\sum_i r_i(k) i_z$	$79 A^{-1/3}$ MeV (for $A > 50$)
IS GQR	2+	$\sum_i r_i^2 Y_{20}(r_i)$	$63 A^{-1/3}$ MeV (for $A > 60$)
IV GQR	2+	$\sum_i r_i(k) i_z^2 Y_{20}(r_i)$	
IV spin GR	1+	$\sum_i r_i(k) \vec{\sigma}_i$	

GRs have width of several MeV (except IAS) and exhaust the major part of respective sum-rule.

* compression mode

(b) Excitations to neighboring nuclei

	spin-parity	operator
IAS	0+	$\sum_i t_i(k)$
GT GR	1+	$\sum_i t_i(k) \sigma_i$
IV GQR	2+	$\sum_i t_i(k) i_z^2 Y_{20}(r_i)$
IV spin GMR*	1+	$\sum_i t_i(k) \vec{\sigma}_i (r_i^2 - \langle r^2 \rangle_{n,n})$
IV spin GDR	0-, 1-, 2-	$\sum_i t_i(k) r_i Y_1(r_i) \vec{\sigma}_i$

Brown-Bolsterli 模型

- 巨大共鳴: 1p-1h の重ね合わせ

$$|ph^{-1}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [|ph^{-1}\rangle_\nu \pm |ph^{-1}\rangle_\pi] \quad \begin{cases} + & \text{isoscalar} \\ - & \text{isovector} \end{cases}$$

- 残留相互作用行列要素 : 分離型相互作用の仮定

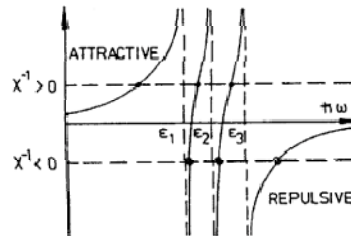
$$\begin{aligned} \langle \pi | ph^{-1} | V_{res} | ph^{-1} \rangle_\pi &= D - E & \langle mi^{-1} | V_{res} | nj^{-1} \rangle &= -\chi D_{m,i} D_{n,j}^* \\ \langle \pi | ph^{-1} | V_{res} | ph^{-1} \rangle_\nu &= D \end{aligned}$$

- 固有値方程式

$$(\bar{n}\omega - \varepsilon_{mi}) X_{m,i} = \sum_{n,j} \langle mi^{-1} | V_{res} | nj^{-1} \rangle X_{n,j}$$

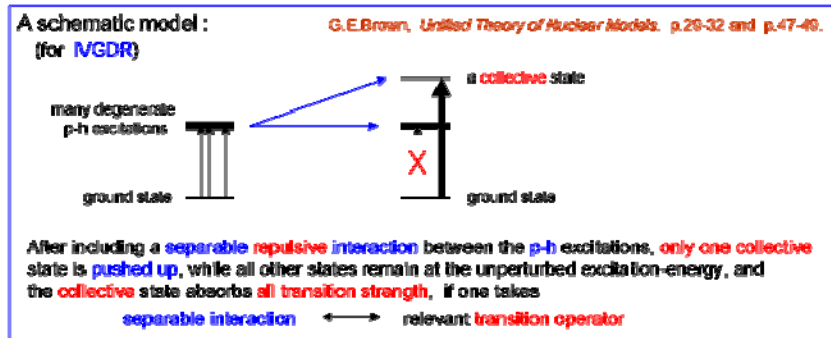


$$\frac{1}{\chi} = \sum_{m,i} \frac{|D_{m,i}|^2}{\varepsilon_{mi} - \bar{n}\omega}$$



巨大共鳴の微視的理解

I. Hamamoto さんの説明



- 粒子・空孔ペアについてのTamm-Dancoff 近似 (TDA近似)
 - RPA近似(乱雑位相近似) : TDAに基底状態の相関を取り込んだもの
- 教科書を参照してください

ここまでのまとめ

- 巨大共鳴(集団運動)
- 遷移強度の和則
- 巨大:和則を尽くす共鳴状態
- 荷電スピンとの関係
- さまざまな巨大共鳴
- 巨大共鳴の微視的理解(自分で勉強してください)

荷電交換反応

- 荷電交換反応入門
- Proportionality relation
- 最適エネルギーと最適プローブ

GT遷移と荷電交換反応

$\omega > Q_\beta$ 領域のGT状態を核反応で求める

必要条件

- GT遷移 ($\Delta S=1$, $\Delta T=1$, $\Delta L=0$)を実現する反応
- 荷電交換反応 ex. $(p,n)/(n,p)$, $({}^3\text{He},t)/(t,{}^3\text{He})$, $({}^{12}\text{N},{}^{12}\text{C})/({}^{12}\text{B},{}^{12}\text{C})$ etc.
- 強い力(核力)による
一般的には相互作用が強く「汚い」、歪曲される
- 歪曲が小さなプローブ (光学ポテンシャルによる吸収が小さい)
one-step processが主な反応
- 小さな運動量移行(q)を実現できる (ベータ崩壊は $q \sim$ 数MeV/cの現象)
 $q = k_i - k_f = \text{small}$ $\theta \sim 0^\circ$ 測定 ($\Delta L=0$)

これらの必要条件を最もクリアーできるのが、 $T_N=300\text{MeV}$ での
 $(p,n)/(n,p)$ 荷電交換反応。
反応の理論的取り扱いを簡単に説明する。

(p,n)/(n,p)荷電交換反応と有効相互作用

- 入射エネルギー $T_N > 100 \text{ MeV}$ ではインパルス近似が成立するであろう
- すると NN t-matrix が荷電交換反応に使えそう
- 有効相互作用の形(これ以外の項も考えられる)

$$V_{ij}(\vec{r}_{ij}) = [V_\tau + V_{\sigma\tau} \vec{\sigma}_i \cdot \vec{\sigma}_j + V_{LS\tau} \vec{L} \cdot \vec{S} + V_{T\tau} S_{ij}] \vec{\tau}_i \cdot \vec{\tau}_j$$

$$S_{ij} = 3\vec{\sigma}_i \cdot \vec{r}_i \vec{\sigma}_j \cdot \vec{r}_j - \vec{\sigma}_i \cdot \vec{\sigma}_j \quad \text{tensor interaction}$$
- $q \sim \text{small} (\theta \sim 0)$ では、テンソルとLS項はゼロなので(歪曲が小さければ)

$$V_{\text{eff}}(\vec{r}_{ip}) = V_\tau(\vec{r}_{ip}) \vec{\tau}_i \cdot \vec{\tau}_j + V_{\sigma\tau} \vec{\sigma}_i \cdot \vec{\sigma}_j \vec{\tau}_i \cdot \vec{\tau}_j \quad \text{central interaction}$$
- $L=0$ で $q \sim 0$ なら(実際は $L=2$ が無視できないこともある) β 崩壊の演算子

$$\frac{g_V}{\sqrt{4\pi}} t_i^\pm + \frac{g_A}{\sqrt{4\pi}} \vec{\sigma}_i t_i^\pm$$
 に対応する。
- 断面積と β 崩壊率が比例するかも知れない(要: 実験で検証)

核反応の概要

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\mu_i \mu_f}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{k_f}{k_i} \frac{1}{(2J_p + 1)(2J_i + 1)} \sum_{M_f m_f M_i m_i} |T_{if}|^2 \quad \text{非相対論近似}$$

$$T_{if}^{PW} = \int d^3r \chi_f^{(-)*}(\vec{r}, \vec{k}_f) \langle \phi_f, \Psi_f | \sum_{ip} t_{ip} | \Psi_i, \Phi_i \rangle \chi_i^{(+)*}(\vec{r}, \vec{k}_i) \quad T: \text{遷移振幅}$$

歪曲波インパルス近似

平面波近似

$$t_{ip} = V_0 \delta(r_{ip}) \quad \text{有効相互作用}$$

$|\phi_i\rangle$ と $|\phi_f\rangle$ の内部構造を無視

$$T_{if}^{PW}(\vec{r}, \vec{k}_i, \vec{k}_f) \propto \int d^3r \langle \Psi_f | V_0 \delta(r) | \Psi_i \rangle \exp(-i\vec{k}_f \cdot \vec{r}) \cdot \exp(-i\vec{k}_i \cdot \vec{r})$$

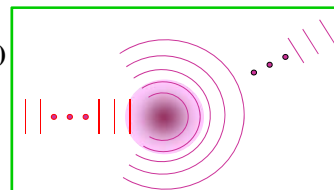
$$\vec{q} = \vec{k}_i - \vec{k}_f \quad \text{運動量移行} \quad \exp(i\vec{q} \cdot \vec{r}) = 4\pi \sum_{lm} i^l j_l(qr) Y_{lm}(\hat{r}) Y_{lm}^*(\hat{q})$$

核の励起が角運動量移行Lを伴う場合
ごく大雑把には

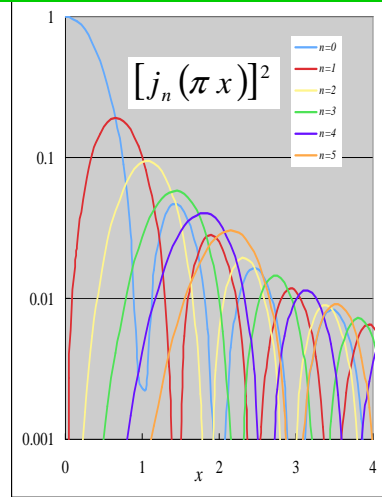
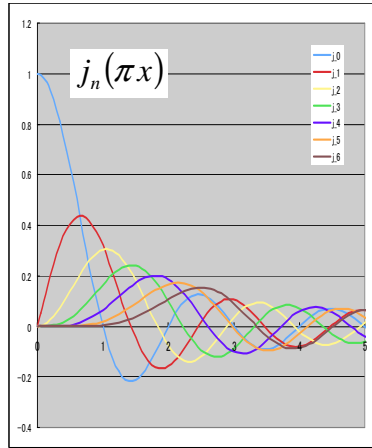
$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \propto |T_{if}|^2 \propto |\exp(-i\vec{q} \cdot \vec{r})|^2 \times (\text{核構造 } J, L, S \text{ による制限})$$

$$\propto |j_L(qR)|^2$$

角度分布を測定すればLを決められる
[S, J (=S+L) を決めるのは難しい]



球ベッセル関数と角度分布



L=0 (n=0)だけが前方ピーク!
 L≠0はすべて有限角度でピーク (0° では断面積はゼロ、実際は歪曲効果で有限)
 ピークの角度からLを決める

(p,n)/(n,p)によるF/GT励起(L=0)の核反応モデル

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\mu_i \mu_f}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{k_f}{k_i} \frac{1}{(2J_p + 1)(2J_i + 1)} \sum_{M_j m_n, M_i m_p} |T_{if}|^2$$

非相対論近似

$$T_{if}^{DW} = \int d^3r \chi_f^{(-)*}(\vec{r}, \vec{k}_f) \langle n, \Psi_f | \sum_j t_{jp} | \Psi_i, p \rangle \chi_i^{(+)*}(\vec{r}, \vec{k}_i)$$

T: 遷移振幅
 インパルス近似
 t: 有効相互作用

$$t_{jp}^{DW} = V_{ST}(r_{jp})(1 - P_{jp}) O_j(ST) O_p(ST)$$

$$O_{ST} = \begin{cases} \vec{\sigma} \vec{\tau} & \text{for } S=1, T=1 \\ \bar{\tau} & \text{for } S=0, T=1 \end{cases}$$

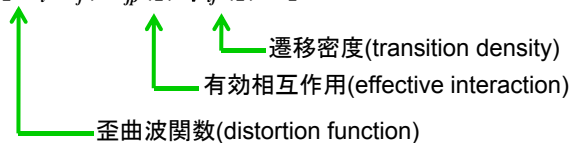
O: 演算子

$$\vec{q} = \vec{k}_i - \vec{k}_f \quad \text{: 運動量移行}$$

運動量空間でTを書き直すと

$$V_{ST}(r_{jp}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\vec{q} \exp(i\vec{q} \cdot \vec{r}_{jp}) \cdot t_{jp}(\vec{q}) \text{ を使う}$$

$$T_{if}^{DW}(\vec{q}, \vec{k}_i, \vec{k}_f) = \int D(\vec{q}, \vec{k}_i, \vec{k}_f) \cdot t_{jp}(\vec{q}) \cdot \rho_{if}(\vec{q}) d^3\vec{q}$$



$\bar{q} = \bar{k}_i - \bar{k}_f$

$$\begin{aligned} \rho_{if}(\bar{q}) &= \langle \phi_f | \sum_{j=1}^A O_j(ST) e^{i\bar{q}\cdot\bar{r}_j} | \phi_i \rangle \cdot \langle n | O_p(ST) | p \rangle \\ &= I_0(q) M_{ST} \sqrt{8(2S+1)(2J_i+1)} \sum_{M_S} (-1)^{J_f-M_i-M_S} \begin{pmatrix} J_i & J_f & S \\ M_i & M_f & M_S \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & S \\ m_p - m_n & M_S \end{pmatrix} \\ I_0(q) &= \int |R(r)|^2 j_0(qr) r^2 dr \\ &= \left(1 - \frac{1}{6} q^2 \langle r^2 \rangle_p + \dots\right) \approx e^{-\frac{1}{6} q^2 \langle r^2 \rangle_p} \end{aligned}$$

遷移密度、核構造

$$\begin{aligned} t(\bar{q}) &= 4\pi \int V(r) [j_0(qr) + (-)^l j_l(k_i r)] r^2 dr \\ &= 4\pi \int V(r) \left(1 - \frac{1}{6} (qr)^2 + \dots\right) r^2 dr + J_0^{EX} = J_0^D + J_0^{EX} - \frac{1}{6} q^2 J_2 + \dots \\ &= J_0 \left(1 - \frac{1}{6} q^2 \frac{J_2}{J_0} + \dots\right) \approx J_0 e^{-\frac{1}{6} q^2 \langle r^2 \rangle} \end{aligned}$$

相互作用

$$\begin{aligned} D(\bar{q}, \bar{k}_f, \bar{k}_i) &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3 r_p \chi_f^{(-)*}(\bar{r}_p, \bar{k}_f) \cdot \exp(-i\bar{q}\bar{r}_p) \cdot \chi_i^{(+)}(\bar{r}_p, \bar{k}_i) \\ &= e^{\frac{1}{2}[-xA^{1/3} + p(\omega)]} \cdot \delta(\bar{q}_A - \bar{q}) e^{i\phi} \end{aligned}$$

歪曲効果

q=0

q=0 では

$$\rho_{if}(q=0) = M_{ST} \sqrt{8(2S+1)(2J_i+1)} \sum_{M_S} (-1)^{J_f-M_i-M_S} \begin{pmatrix} J_i & J_f & S \\ M_i & M_f & M_S \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & S \\ m_p - m_n & M_S \end{pmatrix}$$

$$t(q=0) = J_0$$

$$D(q=0, \bar{k}_f, \bar{k}_i) = e^{\frac{1}{2}[-xA^{1/3} + p(\omega)]}$$

$$|M_{ST}|^2 = B(ST)$$

q=0 ではβ崩壊との関係がつけられる(条件が整えば)

$$\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{L=0} (q \approx 0) = K(E_p, \omega) \left[N_\tau |t_\tau(0)|^2 B(F) + N_{\sigma\tau} |t_{\sigma\tau}(0)|^2 B(GT) \right]$$

ここで $K(E_p, \omega) = \frac{\mu_i \mu_f}{(\pi \hbar^2)^2} \frac{\bar{k}_f}{\bar{k}_i}$

Proportionality relation

Proportionality relation (前の式を書き直したただが極めて重要で有用な式)

$$\left. \frac{d\sigma(0^\circ)}{d\Omega} \right|_{L=0} = \hat{\sigma}_F(E_p, A) \cdot F_F(q, \omega) \cdot B(F) \text{ for Fermi transition}$$

$$\left. \frac{d\sigma(0^\circ)}{d\Omega} \right|_{L=0} = \hat{\sigma}_{GT}(E_p, A) \cdot F_{GT}(q, \omega) \cdot B(GT) \text{ for GT transition}$$

$\hat{\sigma}_F$: Fermi unit cross section

$\hat{\sigma}_{GT}$: GT unit cross section

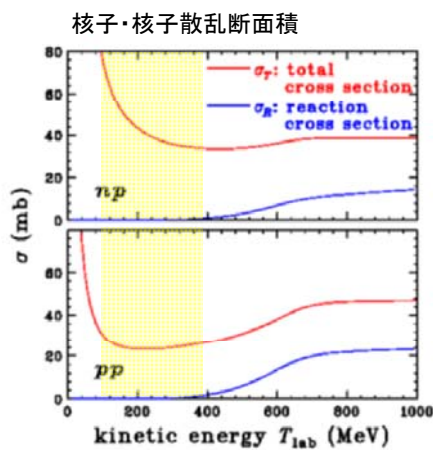
$F_{F/GT}(q, \omega)$: kinematical correction factor

単位断面積(歪曲+相互作用)
実験で求めるべきもの

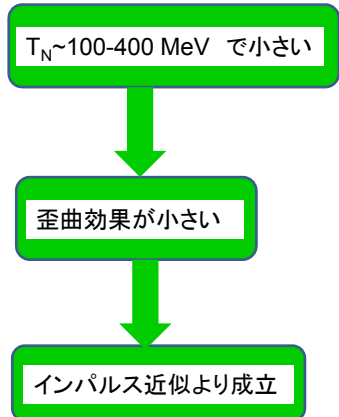
- 運動学に依存する項
 $q \rightarrow 0$
 $\omega \rightarrow 0$
 に外挿するのに使う
 $F(0, 0) = 1$ に規格化
- DWIA計算で求める

β崩壊でB(GT)が求められている状態を荷電交換反応で断面積を求めれば、 $\hat{\sigma}_{GT}$ を決められる(ただし、 $\hat{\sigma}_{GT}$ は E_p とAの関数)

インパルス近似と核子・核子散乱



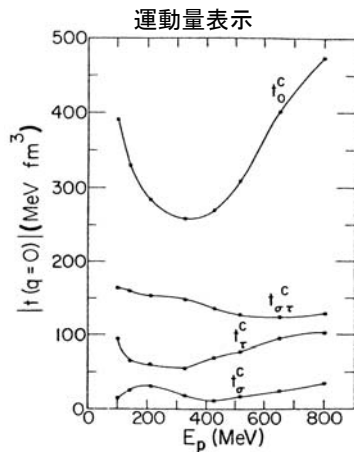
核子・核散乱~核子・核子散乱だと思おうと



有効相互作用 (中心力の部分)

NN散乱の実験値からポテンシャルを類推する
 実験値 = 直接項 + 交換項 (分離は一意的ではない!)

$$t^C(r) = t_0^C(r) + t_\tau^C(r)\bar{\tau}_1 \cdot \bar{\tau}_2 + t_\sigma^C(r)\bar{\sigma}_1 \cdot \bar{\sigma}_2 + t_{\sigma\tau}^C(r)\bar{\sigma}_1 \cdot \bar{\sigma}_2 \bar{\tau}_1 \cdot \bar{\tau}_2$$



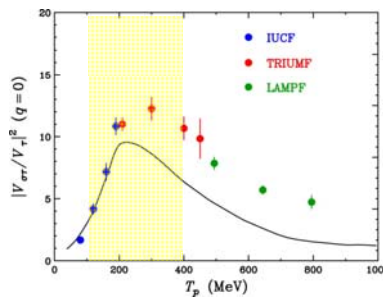
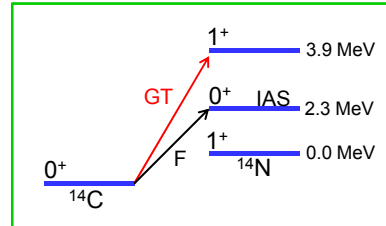
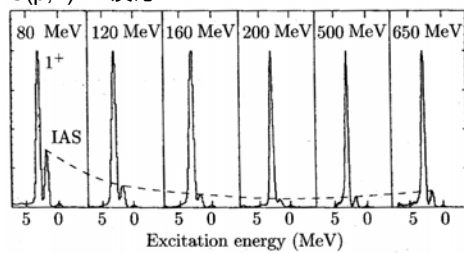
Franey-Love, PR C31(1985)488

荷電交換反応には
 t_τ^C と $t_{\sigma\tau}^C$
 が寄与。

$t_{\sigma\tau} \gg t_\tau$ なので
 $T_p > 100 \text{ MeV}$ では、
 常にスピン反転遷移
 が主になる!

スピン反転/非反転 の比

$^{14}\text{C}(p,n)^{14}\text{N}$ 反応

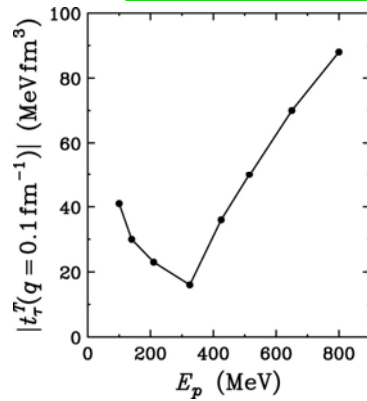


300 MeV, 0° では
 スピン反転/非反転 = 13
 GT遷移が主に励起される!

有効相互作用 (テンソルの部分)

平面波なら $q=0(0^\circ)$ ではテンソル力は効かない。
しかし実際は歪曲があるので寄与する。

断面積とB(GT)の比例関係を崩す
従って、 t_T は小さい方がベター



300 MeV, 0° では
テンソル力の効果最少!

プローブの選択

三拍子そろっているのは、300 MeVでの(p,n)/(n,p)反応!

1. 歪曲の効果が最小
2. スピン反転確立が最大
3. テンソル力効果最小

しかし、(p,n)/(n,p)反応は $S=\pm 1$ であって $S=1$ ではないことに注意。

$S=1$ を保障するには、

- (p,n)/(n,p)反応なら偏極移行量の測定 $\frac{\vec{1}^+}{2} \rightarrow \frac{\vec{1}^+}{2}$

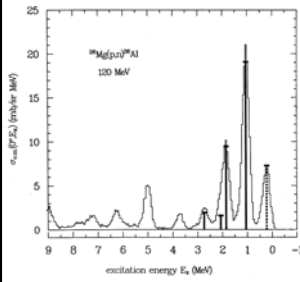
その他の反応

- (d,²He)反応 $1^+ \rightarrow 0^+$
- (⁷Li,⁷Be)反応 $\frac{3^-}{2} \rightarrow \frac{1^-}{2}$
- (¹²N,¹²C),(¹²B,¹²C)反応 発熱反応! $1^+ \rightarrow 0^+$
- (¹²C,¹²B),(¹²C,¹²N)反応 吸熱反応! $0^+ \rightarrow 1^+$

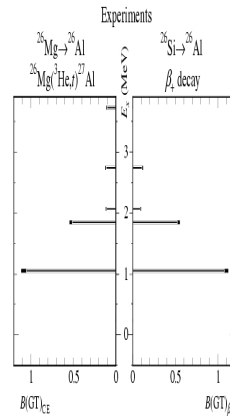
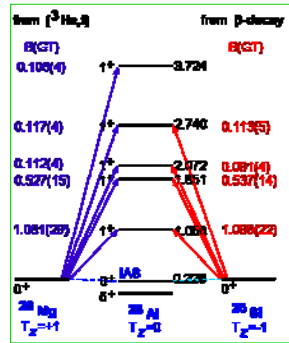
比例関係 (proportionality relation) のテスト

断面積とB(GT)の比例関係は実験で確かめるべき

$$\left. \frac{d\sigma(0^\circ)}{d\Omega} \right)_{L=0} = \sigma_{GT}(E_p, A) \cdot F_\alpha(q, \omega) \cdot B(GT) \text{ for GT transition}$$



Taddeucci et al., NPA469(1987)125

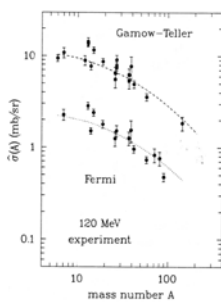


β 崩壊のft値(つまりB(GT))がわかっているれば未知のB(GT)が比例関係から求まる。 $\sigma_{GT}(E_p, A)$ が知られていない場合は？

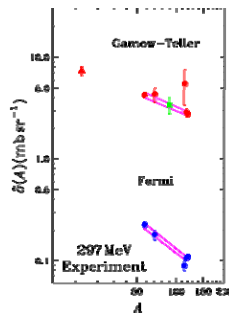
$\sigma_{GT}(E_p, A)$ のA依存性

$$\left. \frac{d\sigma(0^\circ)}{d\Omega} \right)_{L=0} = \sigma_{GT}(E_p, A) \cdot F_\alpha(q, \omega) \cdot B(GT)$$

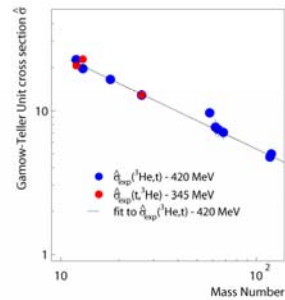
入射プローブ、エネルギー毎に決めなければならない！ (とても大変)



Taddeucci et al., NPA469(1987)125

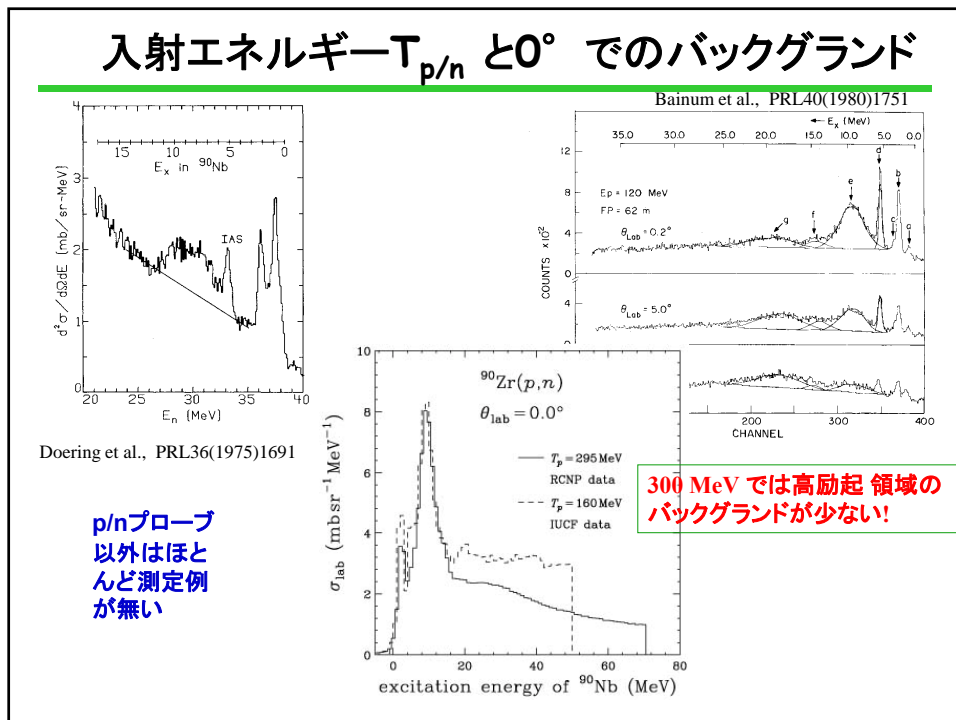
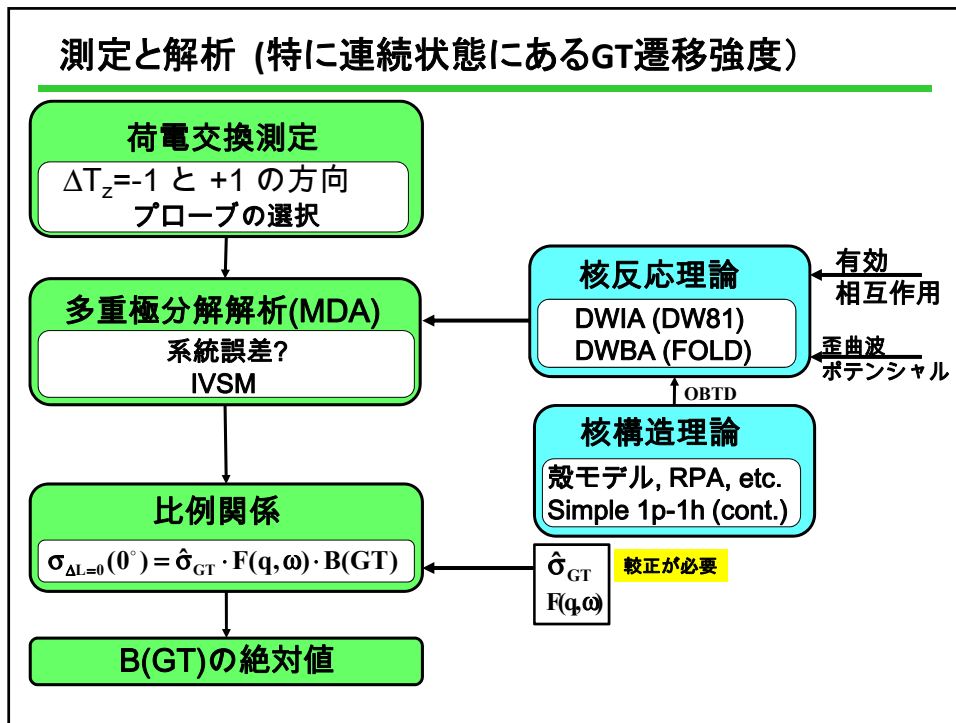


Sasano et al., PR C79(2009)024602



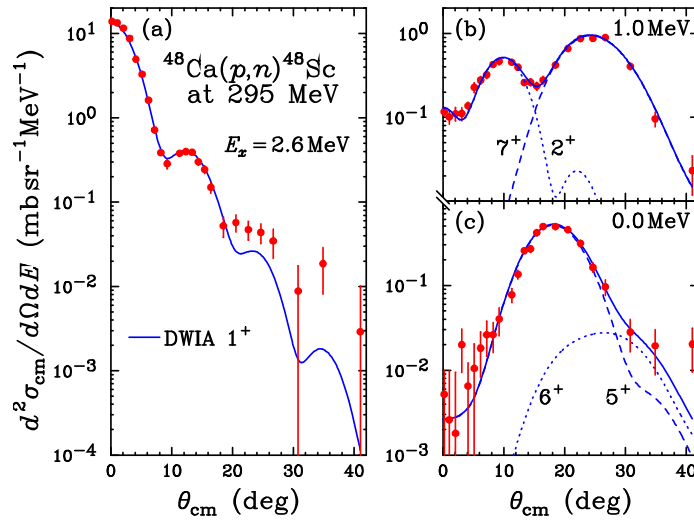
Zegers et al. PRL 99 (2007) 202501

反応	確認度
(p,n)/(n,p)	***
(3He,t)/(t,3He)	** (?)
(d,2He), (7Li,7Be)	*



角度分布の再現性

Yako et al., PRL103(2009)012503



素晴らしい再現性！ 多重極展開解析の信頼性

この章の後半のまとめ

- 荷電交換反応論の簡単な説明
- proportionality relation : $\sigma(0^\circ) \propto B(\text{GT})$
実験から絶対値が求められる

- インパルス近似での核子・核子散乱
- 有効相互作用 (中心力、テンソル力)
- スピン反転とスピン非反転遷移
- 比例関係 (proportionality relation) のテスト
- 入射エネルギーとバックグラウンド

全ての点で300 MeV での(p,n)/(n,p)反応が優れている！

次章でGT巨大共鳴とクエンチングを扱う