

経過報告

田中 隆己

2010/6/10

1 前回のつづき

1.1 シンチレーターから出てくる proton のエネルギー分布

断面が 3x3cm or 10x10cm、長さが 180cm、thr6.0MeV、入射粒子 250MeV、としたとき、シンチレーターの後ろから出てくる陽子のエネルギー分布を取得した。左側の図は素直に出てくる陽子の分布で、右側の図は goodevent とのコインシデンスを取ったときである。図 1.1、1.2 に 3 センチ角のときの結果を、図 1.3、1.4 に 10 センチ角のときの結果を示す。

これより、出てくる陽子の分布は高エネルギー側に偏っていることが分かり、シンチレーターが薄いときには高エネルギーのプロトンの数え落としが多いことが分かる。

1.2 厚みあたりの効率

前回は goodevent あたりの proton の数を出したが、この場合は全体の efficiency は goodevent の数に依存してしまうので、今回は単純に、厚み 1cm あたりの proton イベントの efficiency を測った。なお、ジオメト

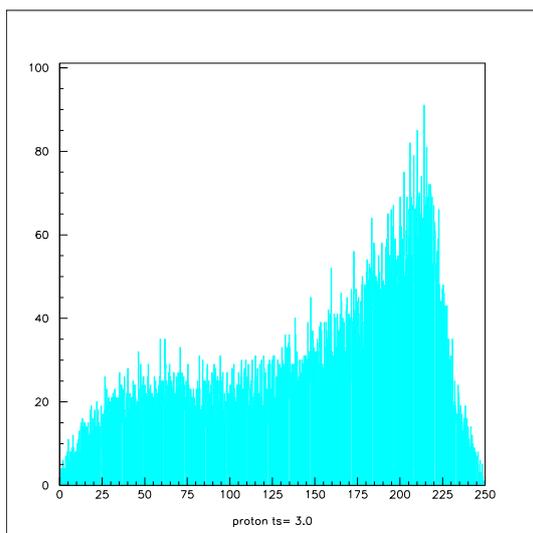


図 1.1 3cm

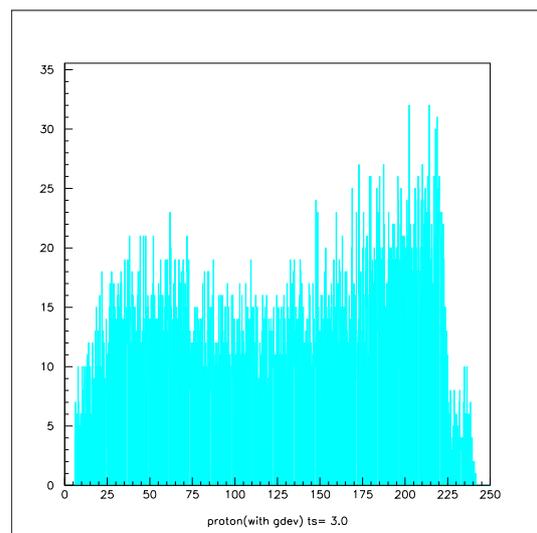


図 1.2 3cm with coincidence

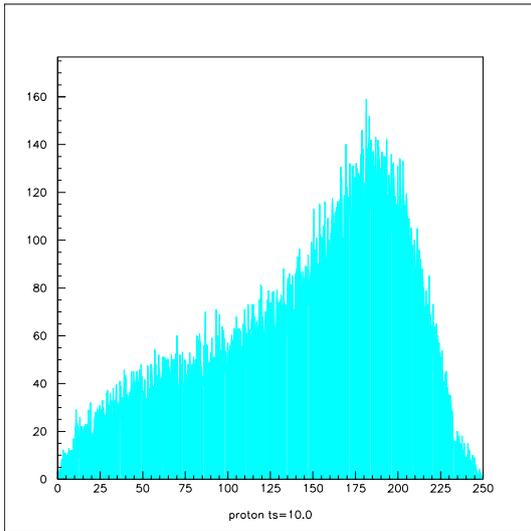


図 1.3 10cm

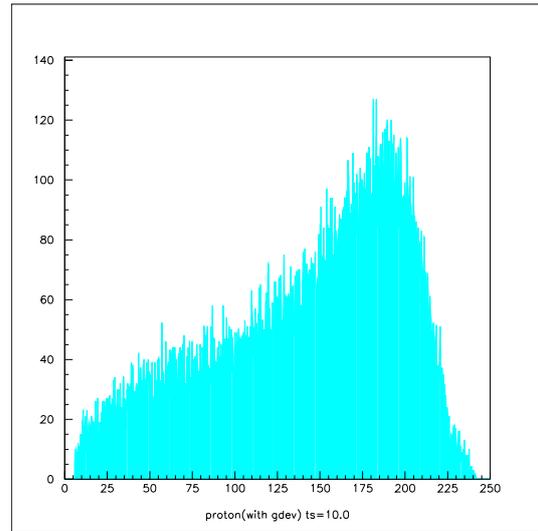


図 1.4 10cm with coincidence

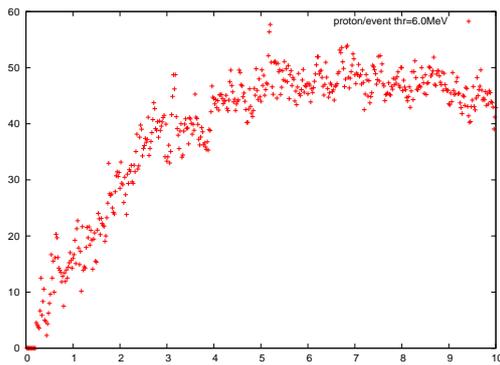


図 1.5 thr6.0

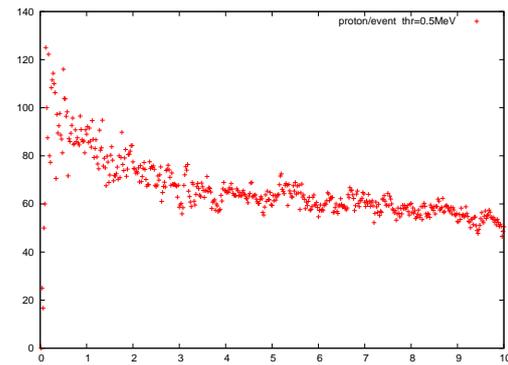


図 1.6 thr0.5

りは前回と同じである。その結果を図 1.5、1.6 に示す。

以上より、分解能を上げるために薄くしていったときに、efficiency にはスレッシュホールドが大きく効いてくることが再確認できた。また、今のたまかな計算で、シンチレーターの断面を 3x3 としたときに一つのスタックあたり、0.015 程度の efficiency となることがわかった。

2 DEMONS の流れ

一回の中性子の入射について一回 monte() が呼ばれ、その中でどのようにして陽子が出てくるかを追っていった。

- 1 全断面積によりヒット判定 → $\sigma(1) + \sigma(2)$
- 2 水素と炭素による反応 ch の割合を決定 → $\sigma(1)$ と $\sigma(2)$ の比

この先は、monte() の中の scattr() の中での流れである。

- 3 水素との弾性衝突での中性子の散乱角度 θ を決める → `angnp()`
- 4 θ によるエネルギーと散乱方向の決定 → `kin2()`
- 5 陽子がシンチレーターで落とすエネルギーを決定 → `dposit()`

これらの過程によって、出てくる陽子のエネルギーが決まる。実際には、水素との弾性衝突の他に、 $^{12}\text{C}(n, np)^{11}\text{B}$ と $^{12}\text{C}(n, p)^{12}\text{B}$ がある。(ただし、 $^{12}\text{C}(n, p)^{12}\text{B}$ の反応は除かれていると書かれていて、関数 `scattr()` 内で見当たらなかった。)

2.1 断面積に関するプログラム

断面積は `sigma()` にエネルギーと反応 `ch` を渡せば値を返してくれる。このとき、`1ch` は `p(n,np)` の断面積で、これは水素との反応の全断面積になる。また、`2ch` はここでは炭素との反応の全断面積を表している。`3ch` から `7ch` は普通の `ch` に対応している。

断面積自体は、`ssig()` で断面積の値の表を元に離散的に配列 `stab(),` に格納している。`sigma()` ではこの `stab(),` を (対数上で) 線形に呼び出しているだけである。

2.1.1 全断面積によるヒット判定

上述の様に全断面積を `sigma()` から呼び出し、これを使ってシンチレーターにおける飛程を乱数を使って先に決める。飛程については、一般的に飛程 x の分布は $\sigma \exp^{-\sigma x}$ と書けるので、逆関数法により $x = -\log([0 : 1])/\sigma$ と求まる。あとはこの飛程とジオメトリを比較してどこで当たったかなどを決めている。

2.1.2 反応 `ch` の決定

まず、最初に水素と炭素のどちらとの反応なのかを `sigma(1)`(水素との反応の全断面積) と `sigma(2)`(炭素との反応の全断面積) の比によって決める。その後で、炭素については各 `ch` ごとに振り分けている。

2.2 関数 `angnp()` の中の物理

`angnp()` では neutron と proton の衝突における散乱の角度分布を決定しているが、エネルギーが 30MeV 以下の時は単純に θ が 0 から π の間で、 $\sin \theta/2$ にしたがう分布になっている。また、30MeV 以上では場合分けにより少し複雑な分布となっている。これを図 2.1、2.2 に示す。

この結果について、教科書を見る限りでは、 θ が 0 と π のときに確立がゼロに近づくのはおかしいと思われる。

2.3 関数 `kin2()` の中の物理

この関数では、入射粒子のエネルギーと運動量、および、散乱の角度をあたえると、散乱された中性子のエネルギーと運動量が計算される。ただし、ターゲットの運動量はゼロとしている。ここでは座標系の変換がメインなので、その導出を試みた。

関数の中身の流れを書いておくと、(1) 入射粒子を z 軸に平行にする。 → (2) cm 系でのエネルギーを計算する。 → (3) lab 系でのエネルギーに変換する。 → (4) 入射粒子の座標系に戻す。という感じである。

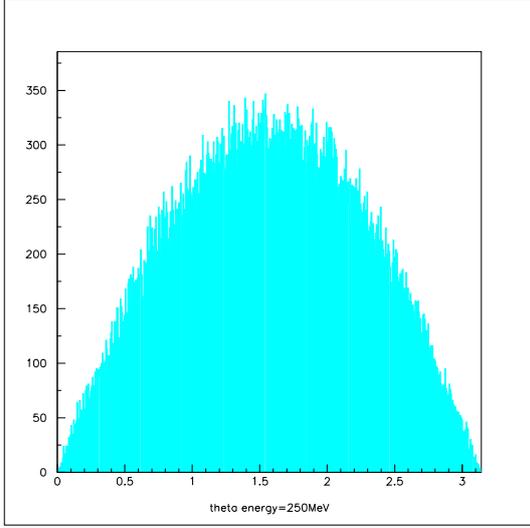


図 2.1 20MeV

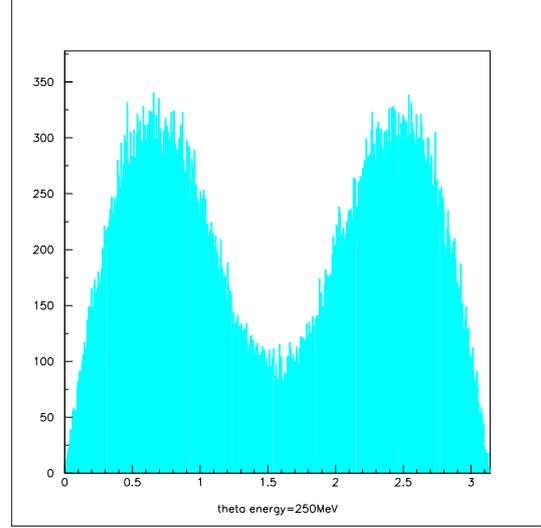


図 2.2 250MeV

2.3.1 エネルギー分配則

cm 系において、二つの粒子が持つエネルギーを求める。分かっている値は、不変質量 M とそれぞれの粒子の重さ m_1, m_2 であるとする。このとき成り立つ式は、

$$p_{tot} = \sqrt{E_1^2 - m_1^2} + \sqrt{E_2^2 - m_2^2} = 0 \quad (2.1)$$

$$E_{tot} = E_1 + E_2 = M \quad (2.2)$$

である。これを適当に式変形すると、

$$E_1 = \frac{M^2 - m_2^2 + m_1^2}{2M} \quad (2.3)$$

$$E_2 = \frac{M^2 - m_1^2 + m_2^2}{2M} \quad (2.4)$$

と求まる。

2.3.2 エネルギーと運動量を cm 系から lab 系へ変換

入射粒子の運動量は $p_x = p_y = 0$ とし、 z 軸に沿って運動しているとする。また、ターゲットは静止しているとする。添字については、入射粒子を 1 とし、ターゲットは 2 とする。また、lab 系の値には何もつけず、cm 系の値にはプライムをつけた。

まず、lab 系から cm 系に移すローレンツブースト変換 Ω を考える。 z 軸に沿った Ω によってエネルギーと z 方向の運動量は、

$$\Omega \begin{pmatrix} E \\ p_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\gamma\beta \\ -\gamma\beta & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E \\ p_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E\gamma - p_z\gamma\beta \\ -E\gamma\beta + p_z\gamma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E' \\ p'_z \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

と変換される。cm 系に移したときに二つの粒子の運動量の和がゼロになるので、

$$(-E_1\gamma\beta + p_{1z}\gamma) + (-E_2\gamma\beta + p_{2z}\gamma) = 0 \quad (2.6)$$

今、 $E_1 = E_{tot} - m_2$ 、 $E_2 = m_2$ 、 $p_2 = 0$ 、という状況を考えているので、

$$(-(E_{tot} - m_2)\gamma\beta + p_{1z}\gamma) + (-m_2\gamma\beta) = 0 \quad (2.7)$$

これを整理すると、 $\beta = p_{1z}/E_{tot}$ と求まる。また、これより、 $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2} = E_{tot}/M$ と求まる。

求めたいことは、cm 系のエネルギーと運動量を元の lab 系に戻すことなので、ローレンツブーストの逆変換 Ω^{-1} を求めると、

$$\Omega^{-1} = \begin{pmatrix} \gamma & \gamma\beta \\ \gamma\beta & \gamma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{tot}/M & p_{1z}/M \\ p_{1z}/M & E_{tot}/M \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

これより、cm 系での 4 元運動量 (E', \mathbf{p}') を lab 系に戻すと、

$$E = \frac{E'E_{tot} + p'_z p_{1z}}{M} \quad (2.9)$$

$$p_x = p'_x \quad (2.10)$$

$$p_y = p'_y \quad (2.11)$$

$$p_z = \frac{E'p_{1z} + p'_z E_{tot}}{M} \quad (2.12)$$

となる。

2.3.3 入射粒子の角度による座標変換

入射粒子は任意の方向ベクトル \mathbf{n} を持っている。これを座標の回転変換 R によって粒子の方向を $\mathbf{n}' = (0, 0, 1)$ に移してから上の計算を行っている。このため、上の結果を R の逆行列によって元の座標に戻してあげる必要がある。

まず、方向ベクトル \mathbf{n} を極座標に直す。幾何学的に、

$$n_x = |\mathbf{n}| \sin \theta \cos \phi \quad (2.13)$$

$$n_y = |\mathbf{n}| \sin \theta \sin \phi \quad (2.14)$$

$$n_z = |\mathbf{n}| \cos \theta \quad (2.15)$$

となる。これを適当に計算すると、

$$\cos \theta = n_z/|\mathbf{n}| \quad (2.16)$$

$$\sin \theta = \sqrt{1 - (n_z/|\mathbf{n}|)^2} \quad (2.17)$$

$$\cos \phi = \cos(\arctan(n_y/n_x)) \quad (2.18)$$

$$\sin \phi = \sin(\arctan(n_y/n_x)) \quad (2.19)$$

となり、方向ベクトルを極座標の角度に直せた。

次に、 R を求める。任意の方向ベクトル \mathbf{n} を行列 R によって $(0, 0, 1)$ に変換するということは具体的に、

$$(0, 0, 1) = R\mathbf{n} \quad (2.20)$$

と書ける。回転変換 R は一般に、

$$R = R_z^3(\psi)R_y^2(\theta)R_z^1(\phi) \quad (2.21)$$

と書ける。幾何学的に、式 (2.20) を満たす $R(\mathbf{n})$ は、

$$R(\mathbf{n}) = R_z^3(\psi)R_y^2(-\theta)R_z^1(-\phi) \quad (2.22)$$

$$(2.23)$$

となる。ただし、 θ と ϕ は方向ベクトルによって決まる角で、 ψ は任意の角である。 ψ の角度は変換先での ψ の基準を決めるが、簡単のために、 $R_z^3(\psi) = 1$ ととる。

以上から、逆変換 $R^{-1}(\mathbf{n})$ は

$$R^{-1}(\mathbf{n}) = R_z^1(\phi)R_y^2(\theta) \quad (2.24)$$

となる。

一般に、一つの軸 i についての回転は、

$$\begin{pmatrix} n'_j \\ n'_k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n_j \\ n_k \end{pmatrix} \quad (2.25)$$

となるので、式 (2.24) は、

$$R^{-1}(\mathbf{n}) = \begin{pmatrix} \cos \phi \cos \theta & -\sin \phi & \cos \phi \sin \theta \\ \sin \phi \cos \theta & \cos \phi & \sin \phi \sin \theta \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (2.26)$$

となる。

最後に、 ϕ と θ について、式 (2.16) ~ (2.19) で求めた値を式 (2.26) 代入すれば求めていた変換が得られる。