Flightlength の計算 (円柱)

Takayuki Sako
佐古 貴行

2010/11/11

1 座標の設定

任意の点 $(x_0, y_0.z_0)$ から方向ベクトル $\boldsymbol{d} = (\theta, \varphi)$ で円柱に入射する粒子の円柱内部での flightlength を計算する。

水平方向を x 軸, 鉛直方向を y 軸, ビーム軸方向を z 軸, 天頂角を θ(天頂方向を $\theta = 0$ とする), 方位角を φ とした座標系を設定する (Fig.1)。また、円柱は yz 平面に平行な底面を持つものとし、底面の中心を (x_c, y_c, z_c)、半径を r_c、高さを L_cとする。さらに円柱の各面を、左:L, 側面:S, 右:R と定義する。

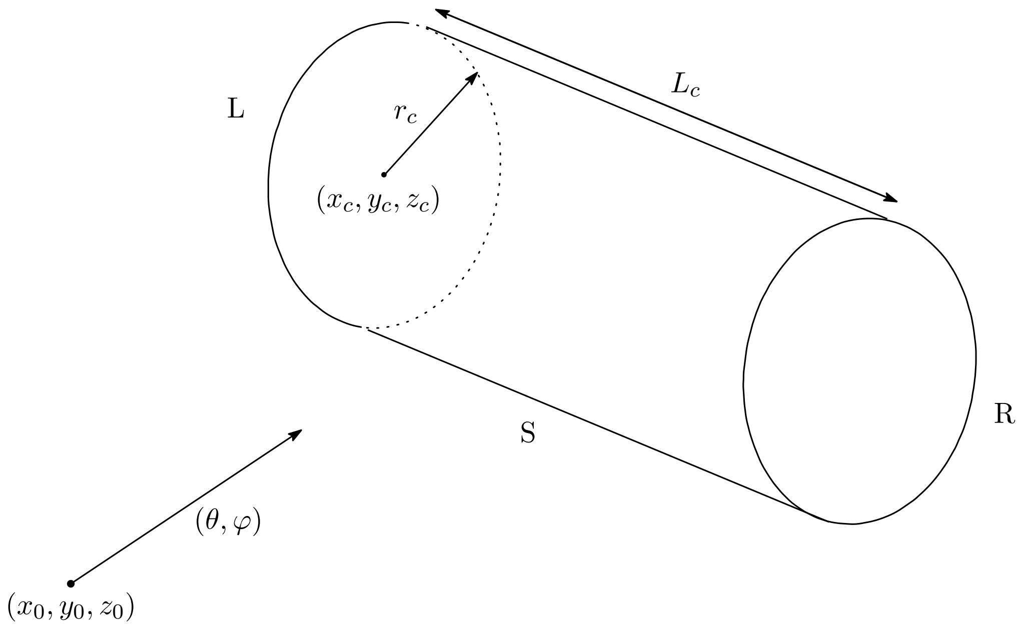

Fig 1: 座標の設定

このとき、入射する粒子はパラメータ t を用いて直交座標系では次式で書ける (Fig.2)。

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} \sin\theta\cos\varphi \\ \cos\theta \\ \sin\theta\sin\varphi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix} \tag{1.1}$$

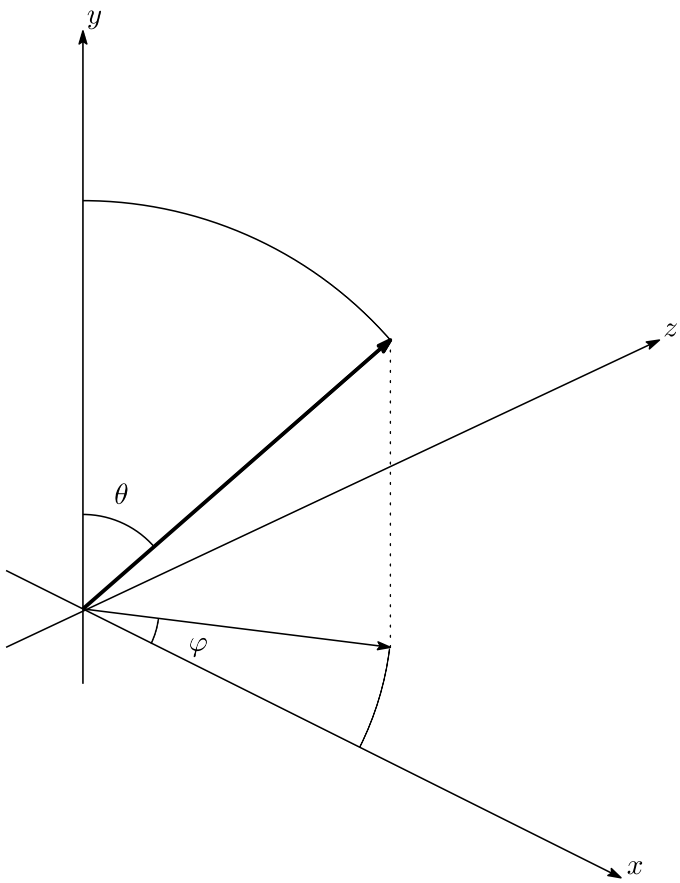

Fig 2: 座標の設定 (直方体)

ここで、α, β, γ は

$$\begin{aligned} \alpha &= \sin\theta\cos\varphi \\ \beta &= \cos\theta \\ \gamma &= \sin\theta\sin\varphi \end{aligned} \tag{1.2}$$

である。

2　各面での入射位置

2.1　L

　左側の底面 L なら $x = x_c$ であるので

$$x_0 + t\sin\theta\cos\varphi = x_c \tag{2.1}$$

よって

$$t = \frac{x_c - x_0}{\sin\theta\cos\varphi} \tag{2.2}$$

この t を用いて、

$$(y_0 + t\beta - y_c)^2 + (z_0 + t\gamma - z_c)^2 \leq r_c^2 \tag{2.3}$$

を満たす時この粒子は左側の底面を通過すると判定される。

2.2　R

　R も同様に

$$x_0 + t\sin\theta\cos\varphi = x_c + L_c \tag{2.4}$$

$$t = \frac{x_c + L_c - x_0}{\sin\theta\cos\varphi} \tag{2.5}$$

$$(y_0 + t\cos\theta - y_c)^2 + (z_0 + t\sin\theta\sin\varphi - z_c)^2 \leq r_c^2 \tag{2.6}$$

2.3　S

　側面に入射する際は必ず

$$(y_0 + t\cos\theta - y_c)^2 + (z_0 + t\sin\theta\sin\varphi - z_c)^2 = r_c^2 \tag{2.7}$$

を満たす。よってこれを t について解くと

$$t = \frac{\beta(y_c - y_0) + \gamma(z_c - z_0) \pm \sqrt{[\beta(y_c - y_0) + \gamma(z_c - z_0)]^2 - (\beta^2 + \gamma^2)\left[(y_c - y_0)^2 + (z_c - z_0)^2 - r_c^2\right]}}{\beta^2 + \gamma^2} \tag{2.8}$$

この t を用いて、

$$x_c \leq x_0 + t\alpha \leq x_c + L_c \tag{2.9}$$

を満たす時この粒子は側面を通過すると判定される。

3　flightlength

ミューオンの天頂角分布は $\cos^2\theta$ に比例し、$\theta = 0$ の粒子が存在しないとしている為、上記の計算で得た 2 点の y 座標は必ず

$$y_1 \neq y_2 \tag{3.1}$$

を満たす。そこで

$$y_1 > y_2 \tag{3.2}$$

を満たす時 $\boldsymbol{x}_{\mathrm{in}} = (x_1, y_1, z_1)$ を入射点の位置、$\boldsymbol{x}_{\mathrm{out}} = (x_2, y_2, z_2)$ を出射点の位置とする。

2 点の座標が求まったため求めるべき直方体中での flightlength FL は、

$$FL = |\boldsymbol{x}_{\mathrm{in}} - \boldsymbol{x}_{\mathrm{out}}| \tag{3.3}$$

となる。