Flightlength の計算 (直方体)

Takayuki Sako
佐古 貴行

2010/11/08

1　座標の設定

任意の点 $(x_0, y_0.z_0)$ から方向ベクトル $\boldsymbol{d} = (\theta, \varphi)$ で直方体に入射する粒子の直方体内部での flightlength を計算する。

水平方向を x 軸, 鉛直方向を y 軸, ビーム軸方向を z 軸, 天頂角を θ(天頂方向を $\theta = 0$ とする), 方位角を φ とした座標系を設定する (Fig.1)。さらに直方体の各面をビーム方向に対し、上:A, 下:B, 左:C, 手前:D, 右:E, 奥:F と定義する。

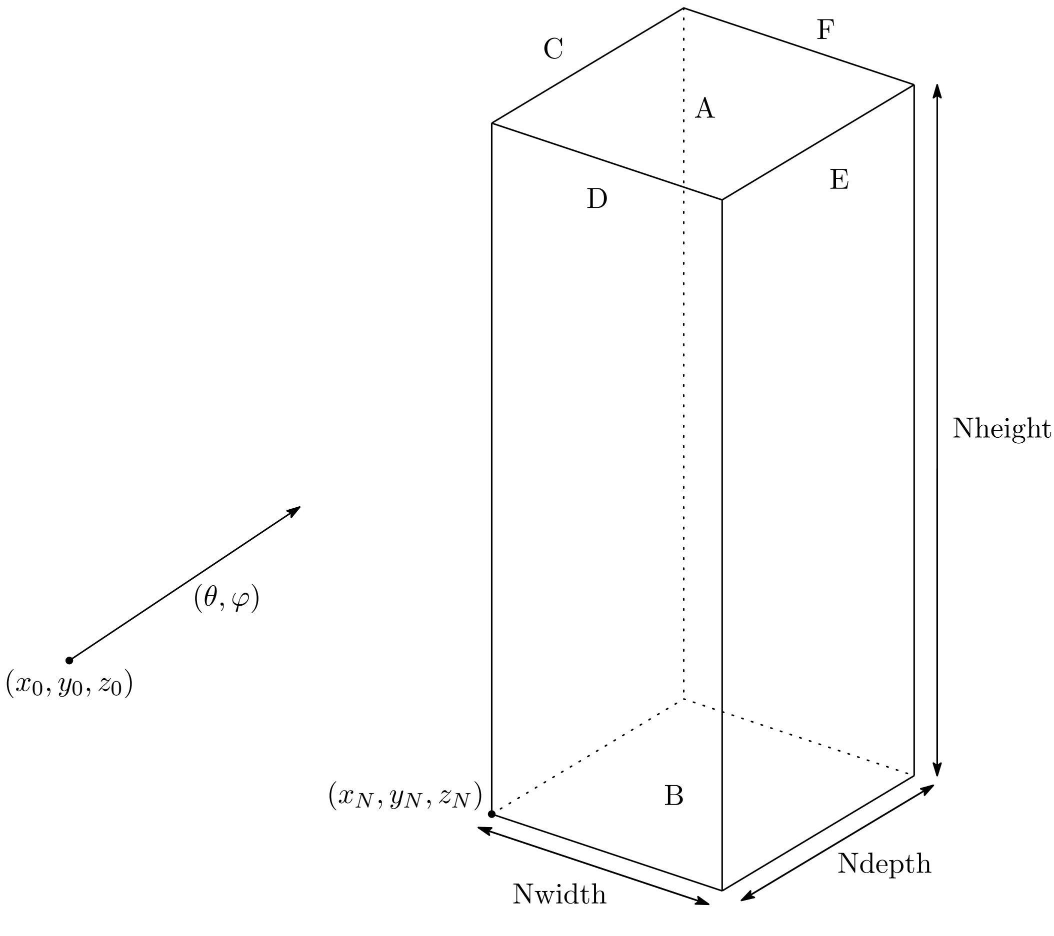

Fig 1: 座標の設定

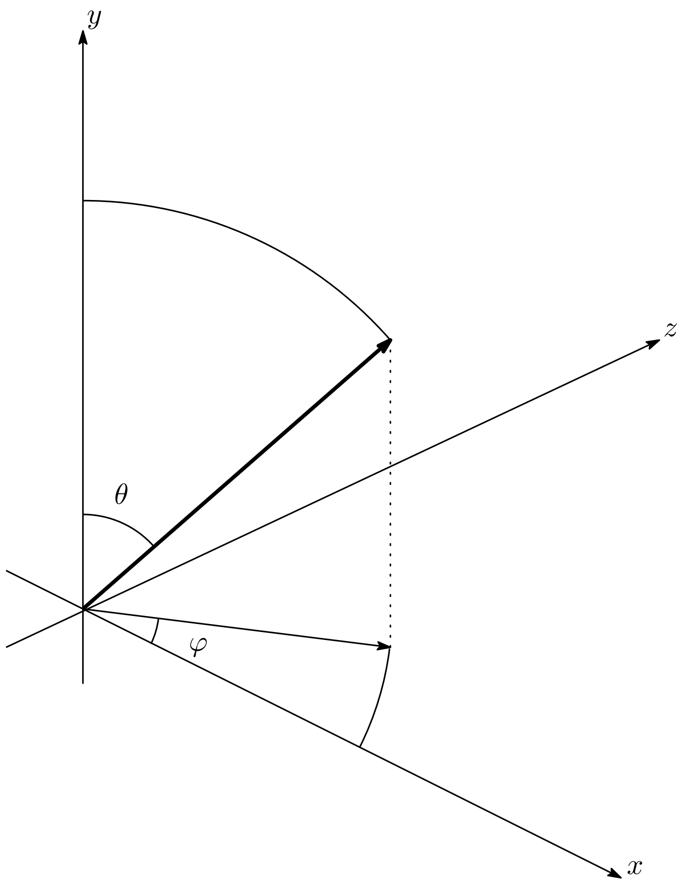

Fig 2: 座標の設定 (直方体)

このとき、入射する粒子はパラメータ t を用いて直交座標系では次式で書ける (Fig.2)。

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} \sin\theta\cos\varphi \\ \cos\theta \\ \sin\theta\sin\varphi \end{pmatrix} \tag{1.1}$$

2　各面での入射位置

2.1　A

全ての面がいずれかの座標軸と平行な直方体を考えると t がただちに求まる。
上側の面 A なら $y = y_N + \mathrm{Nheight}$ であるので

$$y_0 + t\cos\theta = y_N + \mathrm{Nheight} \tag{2.1}$$

よって

$$t = \frac{y_N + \mathrm{Nheight} - y_0}{\cos\theta} \tag{2.2}$$

この t を用いて x, z を計算し、

$$x_N \leq x \leq x_N + \mathrm{Nwidth} \tag{2.3}$$

$$z_N \leq z \leq z_N + \mathrm{Ndepth} \tag{2.4}$$

を満たす時この粒子は手前の面を通過すると判定される。

2.2　B

以下、A と同様に

$$y_0 + t\cos\theta = y_N \tag{2.5}$$

$$t = \frac{y_N - y_0}{\cos\theta} \tag{2.6}$$

$$x_N \leq x \leq x_N + \mathrm{Nwidth} \tag{2.7}$$

$$z_N \leq z \leq z_N + \mathrm{Ndepth} \tag{2.8}$$

2.3　C

$$x_0 + t\sin\theta\cos\varphi = x_N \tag{2.9}$$

$$t = \frac{x_N - x_0}{\sin\theta\cos\varphi} \tag{2.10}$$

$$y_N \leq y \leq y_N + \mathrm{Nheight} \tag{2.11}$$

$$z_N \leq z \leq z_N + \mathrm{Ndepth} \tag{2.12}$$

2.4 D

$$z_0 + t\sin\theta\sin\varphi = z_N \tag{2.13}$$

$$t = \frac{z_N - z_0}{\sin\theta\sin\varphi} \tag{2.14}$$

$$x_N \leq x \leq x_N + \mathrm{Nwidth} \tag{2.15}$$

$$y_N \leq y \leq y_N + \mathrm{Nheight} \tag{2.16}$$

2.5 E

$$x_0 + t\sin\theta\cos\varphi = x_N + \mathrm{Nwidth} \tag{2.17}$$

$$t = \frac{x_N + \mathrm{Nwidth} - x_0}{\sin\theta\cos\varphi} \tag{2.18}$$

$$y_N \leq y \leq y_N + \mathrm{Nheight} \tag{2.19}$$

$$z_N \leq z \leq z_N + \mathrm{Ndepth} \tag{2.20}$$

2.6 F

$$z_0 + t\sin\theta\sin\varphi = z_N + \mathrm{Ndepth} \tag{2.21}$$

$$t = \frac{z_N + \mathrm{Ndepth} - z_0}{\sin\theta\sin\varphi} \tag{2.22}$$

$$x_N \leq x \leq x_N + \mathrm{Nwidth} \tag{2.23}$$

$$y_N \leq y \leq y_N + \mathrm{Nheight} \tag{2.24}$$

3 flightlength

ミューオンの天頂角分布は $\cos^2\theta$ に比例し、$\theta = 0$ の粒子が存在しないとしている為、上記の計算で得た 2 点の y 座標は必ず

$$y_1 \neq y_2 \tag{3.1}$$

を満たす。そこで

$$y_1 > y_2 \tag{3.2}$$

を満たす時 $\boldsymbol{x}_{\mathrm{in}} = (x_1, y_1, z_1)$ を入射点の位置、$\boldsymbol{x}_{\mathrm{out}} = (x_2, y_2, z_2)$ を出射点の位置とする。

2 点の座標が求まったため求めるべき直方体中での flightlength FL は、

$$FL = |\boldsymbol{x}_{\mathrm{in}} - \boldsymbol{x}_{\mathrm{out}}| \tag{3.3}$$

となる。