

NEUT: $n-p$ と $n-C$ (弾性散乱) チャンネルの イベント生成モデル

Y. Satou, Y. Makimura

October 23, 2024

Abstract

NEUT の $n-p$ 弾性散乱と $n-C$ 弾性散乱 (diffractive elastic scattering と non-diffractive elastic scattering) チャンネルのイベント発生モデルを調査した。前者については、Sailor 等の指摘に基づく修正を施し、その効果を評価した。

1 はじめに

中性子検出効率評価コード NEUT が考慮する六つの反応チャンネルの内、弾性散乱が関わるもの ($n-p$ と $n-C$ (弾性散乱) チャンネル) について、イベント生成モデルを調査した。得た知見は、今後の改良点の検討に役立つ予定である。

本報告で具体的な中性子検出器の応答に関するデータを示す場合、想定した検出器の形状は報告 [1] と同じである。

2 $n-p$ 弾性散乱チャンネル

ここでは、Cecil オリジナル [2] の $n-p$ 弾性散乱の微分散乱断面積のモデルと、Sailor の修正モデル [3] の概要を述べる。また、これ等のモデル相互の微分散乱断面積の角度分布とその積分関数を比較する。さらに、微分散乱断面積にはついては、部分波解析の結果 (実験値) との比較を試みる。

2.1 Cecil オリジナル

$n-p$ 弾性散乱イベントは断面積の重み付きで生成される。用意された断面積の重み関数 (dF/dx) とその定積分 (F) は下記の通りである。

$$\frac{dF}{dx} = C_1 + 3C_2x^2 + 5C_3x^4, \quad (1)$$

$$F = C_1x + C_2x^3 + C_3x^5. \quad (2)$$

ここで、 $x = \cos \theta_{\text{cm}}$ である。 $x = [0, 1]$ の範囲において、 F の取りうる範囲は $F = [0, 1]$ である。ある関数 (ここでは dF/dx) で与えられる重み付きの分布に従う乱数 (x) は、重み関数の積分 (ここでは F) を一様乱数の値 (V) と一致させ、この方程式を x について解くことで発生できる (例えば、文献 [4] 参照)。 V を $V = [0, 1]$ の範囲の値

を持つ一様乱数とすると、 $F = V$ を x について解くと、 x は dF/dx の重みに従って分布する。

Cecil のオリジナルの設定では係数 $C_{i=1\sim 3}$ は $R = E/30.0$ を用いて下記で与えられる。

$$\begin{aligned} C_1 &= 3.0/(3.0 + R), \\ C_2 &= R \cdot C_1/3.0, \\ C_3 &= 0.0. \end{aligned} \quad (3)$$

重み関数 (dF/dx) の規格化は下記の通り。

$$\int_{0.0}^{1.0} \frac{dF}{dx} dx = 1.0. \quad (4)$$

中性子エネルギーが $E = 30, 50, 70, 100, 150$, 及び 200 MeV の場合について計算された F と dF/dx の角度分布を図 1 に示す。

2.2 Sailor 補正

Sailor 等は、上述の Cecil のオリジナルの $n - p$ 弾性散乱角度分布について、元々 $3C_2/C_1 = R - 1.0$ の規格化が企図されていたが、コーディングエラーによりこれ（規格化）が $3C_2/C_1 = R$ となったと思われる、との見解を述べている。Sailor 等の主張に基づく係数 $C_{i=1\sim 3}$ は下記の通りである。

$$\begin{aligned} C_1 &= 3.0/(2.0 + R), \\ C_2 &= (R - 1.0) \cdot C_1/3.0, \\ C_3 &= 0.0. \end{aligned} \quad (5)$$

重み関数の規格化は式 (4) と同じである。

このパラメータセットで計算される F と dF/dx の角度分布を図 2 に示す。

図 3 において、 $E = 30, 50, 70, 100, 150$, 及び 200 MeV の場合の Cecil モデル（赤線）並びに Sailor モデル（青線）の $n - p$ 散乱の角度分布を、NN-Online の PWA93 部分波解析の結果 [5]（オレンジ線）と比較する。Cecil と Sailor モデルの角度分布は、 $\cos \theta_{\text{cm}} = 0$ の点において、PWA93 の値に規格化されている。また、これ等のモデルに基づく角度分布は、 $\theta_{\text{cm}} = 90^\circ$ の点に対して対称に分布するとし、 $\cos \theta_{\text{cm}} = -1$ の領域まで延長して示した。

ここから分かることは以下の通り。

1. $E = 30$ MeV では、Sailor モデルは一様分布を示す。PWA93 は比較的小さな角度依存性を示し Sailor モデルで比較的良く記述される。
2. $E = 50, 70, 100$ MeV では、PWA93 は比較的小さな角度依存性を示し、やはり Sailor モデルが Cecil モデルより良くこれを記述する。 x の四次の依存性（式 (3) と式 (5) における有限値の C_3 項）を導入すると Sailor モデルは PWA93 をさらに良く記述する可能性がある。
3. $E = 150, 200$ MeV では、Sailor モデルと Cecil モデルは似た x 依存性を示し、共に PWA93 からの乖離は大きい。このことは、高エネルギー側では Sailor モデルも改良の余地が大きいことを示す。

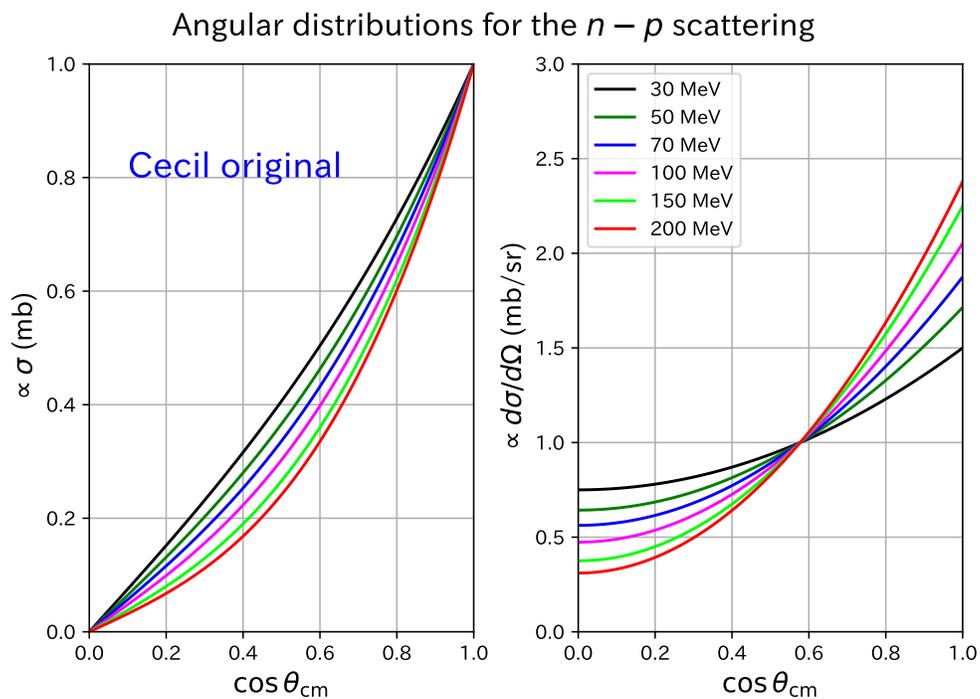


Figure 1: Cecil オリジナル [2] の $n - p$ 弾性散乱反応チャンネルについて想定された、散乱角度分布 (dF/dx 、右パネル) とその積分関数 (F 、左パネル)。

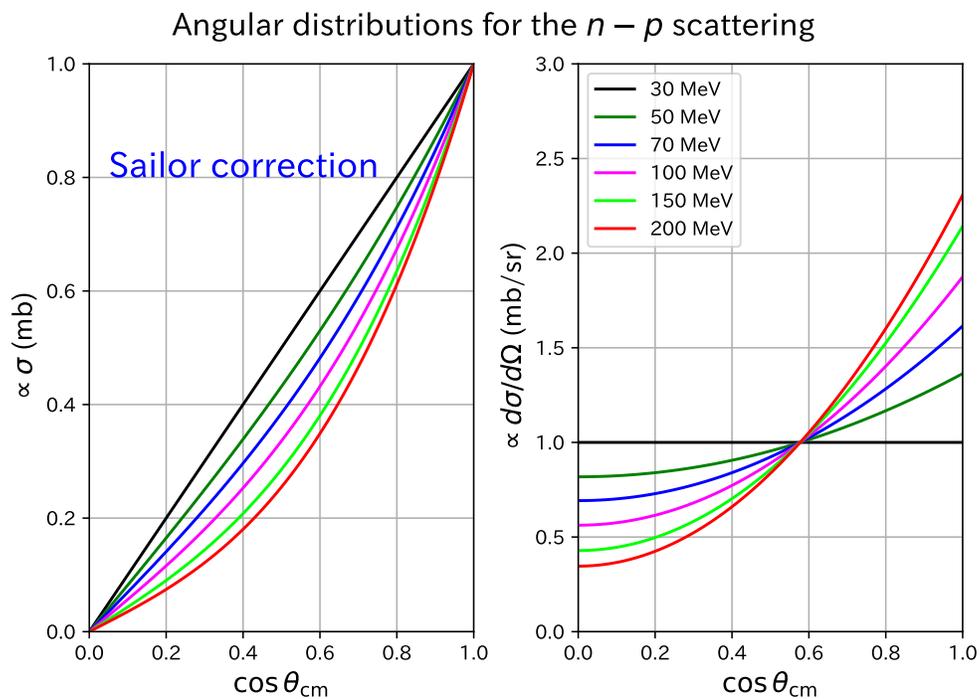


Figure 2: 図 1 と同じ。但し、Sailor の修正 [3] を加味した結果。

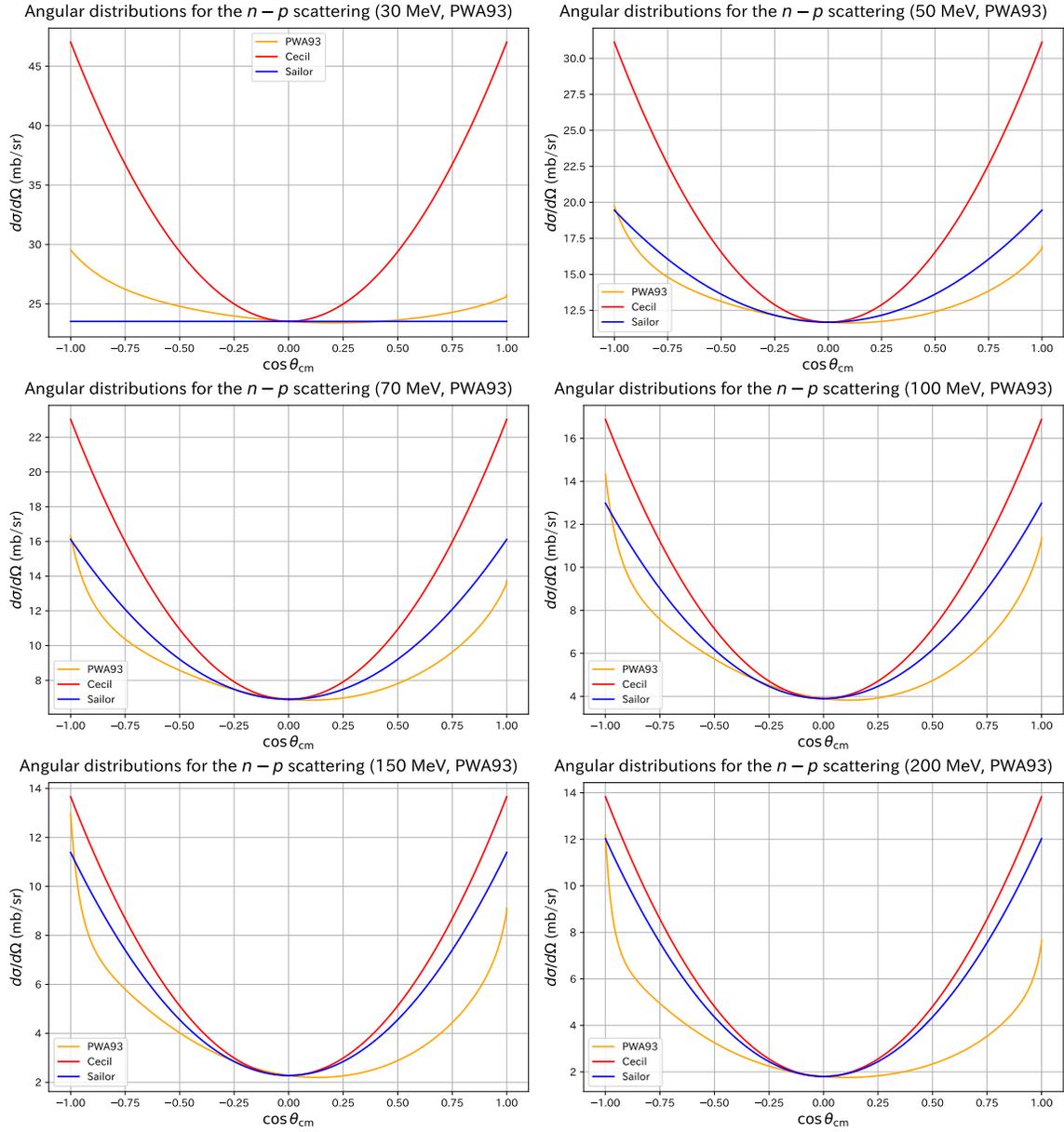


Figure 3: $n - p$ 弾性散乱の微分散乱断面積の角度 ($x = \cos\theta_{cm}$) 依存性。 $E = 30, 50, 70, 100, 150$, 及び 200 MeV の結果で、Cecil モデル (赤線)、Sailor モデル (青線) の分布を PWA93 の部分波解析の分布 (オレンジ線) と比較する。

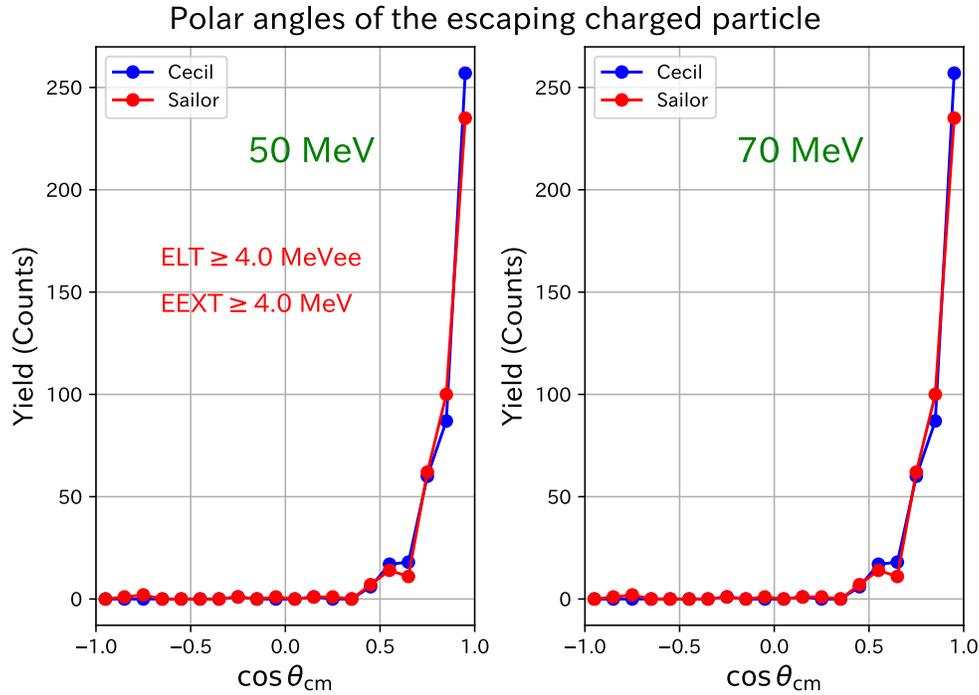


Figure 4: 半径 30 cm、厚み 15 cm のプラスチックシンチレータに 50 MeV (左パネル) と 70 MeV (右パネル) の中性子が入射した際に発生する出射陽子 ($ELT \geq 4.0$ MeVee、 $EEXT \geq 4.0$ MeV の条件有り) の角度分布。 $n-p$ 弾性散乱角度分布について Cecil のオリジナル処方を用いた場合の予測 (青線) と Sailor の修正版処方の予測 (赤線) の比較。

半径 30 cm、厚みが 15 cm の円筒型プラスチックシンチレータ [1] に中性子が入射した際の、出射陽子の角度分布のシミュレーション結果を図 4 に示す。中性子エネルギーが 50 MeV (左パネル) と 70 MeV (右パネル) の結果で、シンチレータ中での発光量が $ELT \geq 4.0$ MeVee、出射陽子のエネルギーが $EEXT \geq 4.0$ MeV の条件が課されている。青線が Cecil オリジナルモデルの結果、赤線が Sailor の修正を加えたモデルの結果である。 $n-p$ 弾性散乱の角度分布は、Sailor モデルの方が角度依存性が小さい。よって、こちらのモデルが、相対的に、小さな最前方方向 ($\cos \theta_{cm} = 1$) への陽子の出射事象を予測する。

3 $n-C$ (弾性散乱) チャンネル

$n-C$ (弾性散乱) チャンネルでは、Diffractive 過程と Non-diffractive 過程が考慮される。Cecil における、それぞれの過程のイベント発生モデルを下記に述べる。

3.1 Diffractive 弾性散乱

$n - C$ 弾性散乱の Diffractive 過程のイベント発生に用いられる断面積の角度分布の重み関数 (dF/dx) と定積分 (F) は下記の通りである。

$$\frac{dF}{dx} = e^{-(1.0-x) \cdot 1.17 \cdot S(\text{inela}) \cdot E} \cdot (1.17 \cdot S(\text{inela}) \cdot E), \quad (6)$$

$$F = e^{-(1.0-x) \cdot 1.17 \cdot S(\text{inela}) \cdot E}. \quad (7)$$

ここで、 $x = \cos \theta_{\text{cm}}$ 、 $S(\text{inela})$ は全非弾性散乱断面積である。重み関数の規格化は下記の通り（積分の下限は実際的なパラメータの適用範囲内において $-\infty$ に置き換えて差し支えない）。

$$\int_{-\infty}^{1.0} \frac{dF}{dx} dx = 1.0. \quad (8)$$

図 5 に、各エネルギーでの式 (6) で与えられる微分散乱断面積の角度分布（実線）と、上述の重み付きイベント生成法に基づいて発生したイベントのヒストグラムを式 (7) で規格化したもの（点）を示す。両者はよく一致する。

弾性散乱事象では、反跳炭素が有意な発光量を持つことはなく、中性子はステルス的に（検出不可能な形で）偏向する。Diffractive 弾性散乱による横方向偏向角度 α の広がり [$\Delta\alpha$ (std)] のエネルギー依存性を表 1 に示す。尚、散乱角度を Θ 、方位角度を Φ とすると、角度 α は次で与えられる。

$$\tan \alpha = \frac{\sin \Theta \cos \Phi}{\cos \Theta}. \quad (9)$$

Table 1: Diffractive 弾性散乱による横方向偏向角度 α の広がり（標準偏差）のエネルギー依存性。cm 系 ($\Delta\alpha_{\text{cm}}$) と実験室系 ($\Delta\alpha_{\text{lab}}$) の両方の評価結果を示す。

	$E = 30$ MeV	50 MeV	70 MeV	100 MeV	150 MeV	200 MeV
$\Delta\alpha_{\text{cm}}$	15.353°	13.362°	12.402°	10.892°	9.015°	7.862°
$\Delta\alpha_{\text{lab}}$	14.122°	12.275°	11.376°	9.969°	8.255°	7.144°

3.2 Non-diffractive 弾性散乱

$n - C$ Non-diffractive 弾性散乱の断面積の角度分布は、AD(1)~AD(5) のパラメータで規定される（図 6）。これ等のパラメータはエネルギー依存性を持つが、 $E = 9.0$ MeV 以上ではそれぞれ一定値をとりエネルギー依存性は消失する。角度分布は三つの領域に分けられる。一つ目は AD(1) で規定される、角度 (x) 依存性を持たない等方散乱成分 [面積は GC(1)=AD(1)×2]、二つ目は前方散乱成分 [面積は GC(2)=(1.0-AD(3))×(AD(2)-AD(1))/2.0]、三つ目は後方散乱成分 [面積は GC(3)=(1.0+AD(5))×(AD(4)-AD(1))/2.0] である。

三つの領域は、まず、面積の重みで初期選択がなされ、次に、それぞれの領域において所定の重み関数（とその定積分）を用いてイベントが生成される（但し、等方散乱部分は一様乱数を用いた自明な方法が用いられる）。

◆ 等方散乱部分

$$x = -1.0 + 2.0 \times V \quad (10)$$

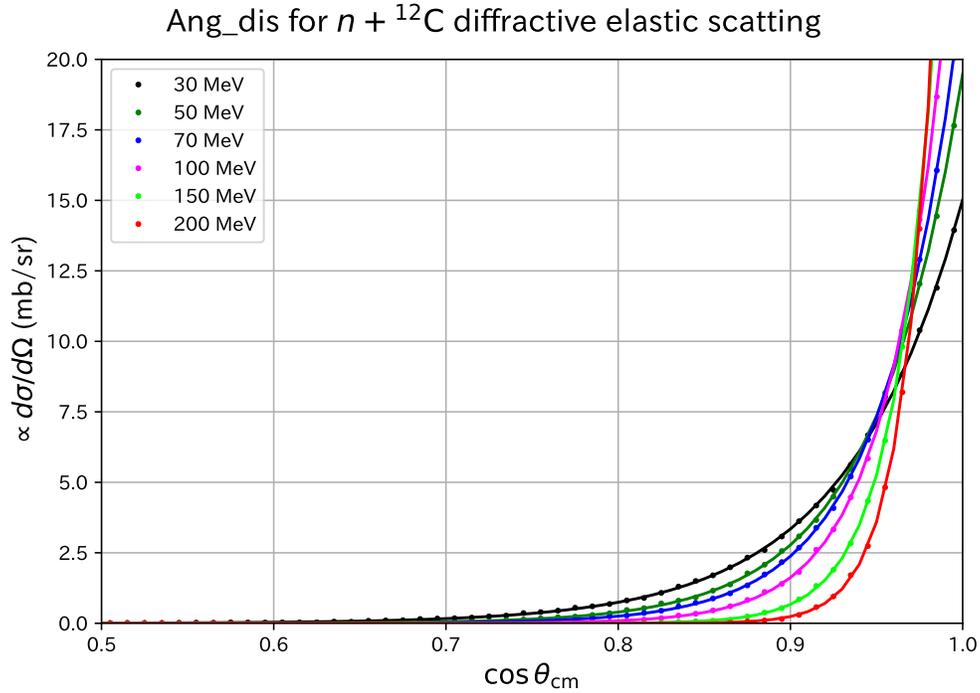


Figure 5: $n - \text{C}$ 弾性散乱の Diffractive 過程の微分散乱断面積の角度分布。中性子エネルギーが $E = 30$ (黒線), 50 (緑線), 70 (青線), 100 (マゼンタ色線), 150 (緑線), 及び 200 MeV (赤線) の結果。実線は式 (6) の断面積の重みの分布関数、点はモンテカルロ法で生成されたイベントを式 (7) に基づき規格化したヒストグラム。

ここで、 V は $V = [0, 1]$ の範囲を持つ一様乱数である。

◆ 前方散乱部分

$$\frac{dF}{dx} = 2.0 \cdot \frac{x - x_1}{(1.0 - x_1)^2}, \quad (11)$$

$$F = \left(\frac{x - x_1}{1.0 - x_1} \right)^2. \quad (12)$$

重み関数の規格化は下記の通り。

$$\int_{x_1}^{1.0} \frac{dF}{dx} dx = 1.0. \quad (13)$$

◆ 後方散乱部分

$$\frac{dF}{dx} = 2.0 \cdot \frac{x_2 - x}{(x_2 + 1.0)^2}, \quad (14)$$

$$F = \left(\frac{x_2 - x}{x_2 + 1.0} \right)^2. \quad (15)$$

重み関数の規格化は下記の通り。

$$\int_{-1.0}^{x_2} \frac{dF}{dx} dx = 1.0. \quad (16)$$

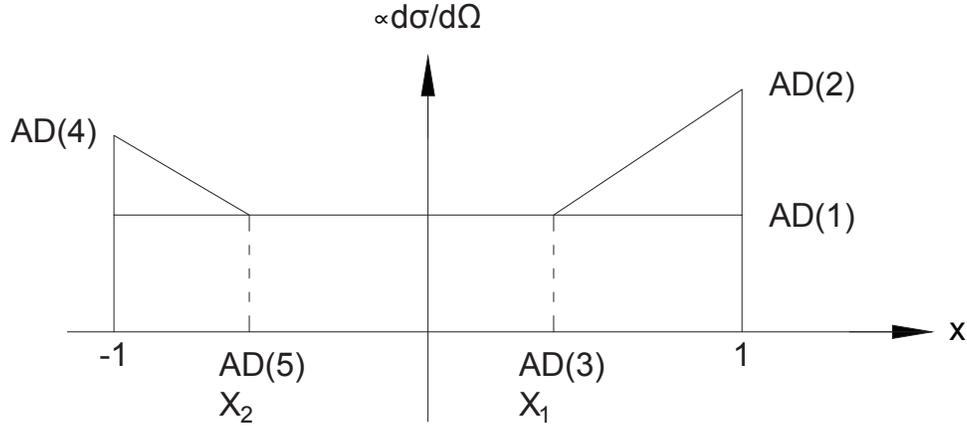


Figure 6: Non-diffractive $n - C$ 弾性散乱について想定された角度分布。等方散乱部分、前方散乱部分、並びに後方散乱部分から成る。

$E = 30 \text{ MeV}^1$ での Non-diffractive $n - C$ 弾性散乱のモデル角度分布 (実線) を、図 7 において、モンテカルロ法で求めた (規格化された) イベント分布と比較する。企図した分布が得られていることが分かる。

この Non-diffractive 過程においても、中性子はプラスチックシンチレータを”光らせる”ことなく偏向する。中性子ホドスコープを用いた多数の中性子の検出においては、Diffractive $n - C$ 弾性散乱過程からの寄与も含めた、”ステルス散乱”の効果 (が最終スペクトルに与える影響等) の適切な評価が、シミュレーション研究での重要な課題になると予想される。

図 8 に各反応チャンネルの発生頻度 (確率) のエネルギー依存性を示す。縦軸は、報告 [1] の図 3 に示す積分検出効率のはじめの (ミニマムバイアスの²) ビンの各反応チャンネルの発生頻度に相当する。各チャンネルの具体的な反応は下記の通り。

1. $n - p$ 弾性散乱
2. $n - C$ 弾性散乱
3. $n + C \rightarrow n + C + \gamma$
4. $n + C \rightarrow \alpha + {}^9\text{Be}$
5. $n + C \rightarrow n + 3\alpha$
6. $n + C \rightarrow (n + p + {}^{11}\text{B})$ and $(2n + {}^{11}\text{C})$ or $(p + {}^{12}\text{B})$ and $(2n + {}^{11}\text{C})$

反応チャンネル #2 の $n - C$ 弾性散乱に起因する”ステルス散乱”の寄与は、エネルギーの増加とともに減じるが、必ずしも無視できる程小さい訳ではない事が分かる。むしろ、どのエネルギー領域においてもこれは比較的支配的な発生確率を持つ。

¹Non-diffractive $n - C$ 弾性散乱に対して、Cecil では $E = 9.0 \text{ MeV}$ 以上において同一の角度分布が想定されている。従って、 $E = 30 \text{ MeV}$ 以上では角度分布は同じものが使用される。

²中性子が検出器と相互作用せずこれを透過し発光量が零の場合は除く。

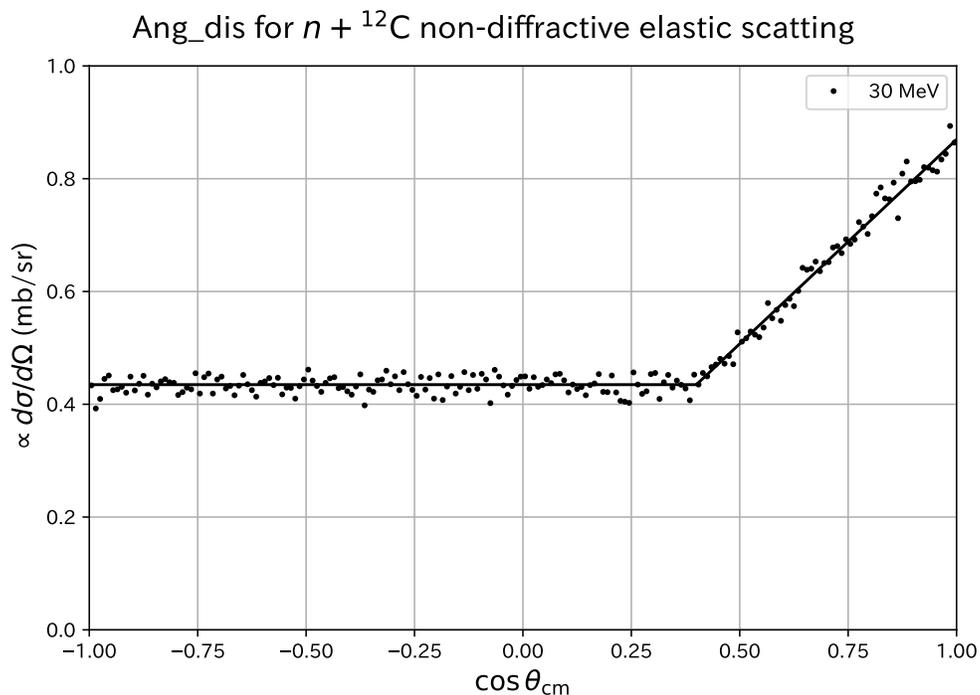


Figure 7: $E = 30$ MeV での、Non-diffractive $n - C$ 弾性散乱の角度分布（実線）。モンテカルロ法で生成したイベントのヒストグラム（黒点）と比較されている。

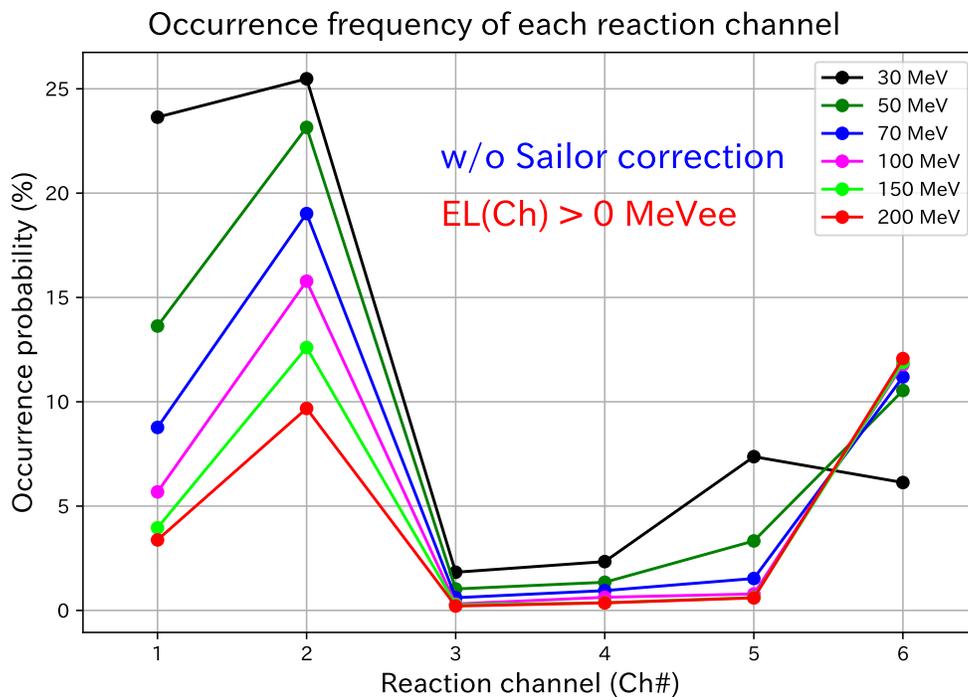


Figure 8: 報告 [1] のシンチレータに中性子が入射した場合の各反応チャンネルの発生頻度（確率）のエネルギー依存性。本稿で述べた Sailor の修正は $n - p$ 反応チャンネル (Ch#1) に加味されていない。

References

- [1] [Demonstrational calculations with neut](#) (Y.Satou, Y.Makimura).
- [2] R.A. Cecil, B.D. Anderson, and R. Madey, *Nuclear Instruments and Methods* 161 (1979) 439.
- [3] W.C. Sailor, R.C. Byrd, and Y. Yariv, *Nuclear Instruments and Methods* A277 (1989) 599.
- [4] S.S.M. Wong *Computational Methods in Physics and Engineering (2nd edition)*, World Scientific (1997).
- [5] [NN-Online](#).