

核子－核間光学ポテンシャルの文献による表記の違い について

佐藤義輝

平成 20 年 3 月 31 日

概要

核子－核間光学ポテンシャルは計算コードや論文によってパラメータの定義が異なる。歪曲波ボルン近似 (DWBA) 計算にしばしば使用されるコードや、幾つかの文献の光学ポテンシャルの定義をまとめ、パラメータ間の相互の関係を整理しておく。

1 KD02 グローバル光学ポテンシャル

Koning 等によって核子グローバル光学ポテンシャル (KD02) が与えられた [1]。ポテンシャルの形は以下の通り。

$$U = -Vf - iWf + 4ia_D W_D \frac{df}{dr} + \left(\frac{\hbar}{m_\pi c} \right)^2 (V_{SO} + iW_{SO}) \frac{1}{r} \frac{df}{dr} \mathbf{l} \cdot \boldsymbol{\sigma} + V_C. \quad (1)$$

ここで、 f は次で表される Woods-Saxon ポテンシャルで、

$$f = (1 + \exp[(r - R)/a])^{-1}, \quad (2)$$

r は動径座標、 $R = r_0 A^{1/3}$ は核半径、 a は表面のぼやけのパラメータである。クーロンポテンシャルは一様帯電球によるもので、クーロン荷電半径 $R_C = r_C A^{1/3}$ を用いて次で表される。

$$\begin{aligned} V_C &= \frac{Zze^2}{2R_C} \left(3 - \frac{r^2}{R_C^2} \right), \quad \text{for } r \leq R_C, \\ &= \frac{Zze^2}{r}, \quad \text{for } r \geq R_C. \end{aligned} \quad (3)$$

スピン－軌道力項は一般に Thomas 型 [2] と呼ばれるものである。係数 $(\hbar/m_\pi c)^2 \approx 2$ は π 粒子のコンプトン波長の自乗である。クーロン項を除く各項のポテンシャルの強さは、 r の大きな所で漸的に負となる動径関数の係数として定義される。よって、ポテンシャルの実部は引力に対して正值となり、虚部は吸収のある場合に正值となる。なお、KD02 ポテンシャルの形は DWBA 計算コード ECIS [3] が受け付けるポテンシャルの形と同一である。

2 Baugé 等の準微視的光学ポテンシャル

Baugé 等によって核物質の光学ポテンシャルの理論、及び JLM の処方に基づき核子 – 有限核系の準微視的 (semimicroscopic) 光学ポテンシャルを生成する手立てが示された [4, 5]。ポテンシャルの形は以下の通り。

$$U = V + iW + \frac{1}{2} \left(\frac{\hbar}{m_\pi c} \right)^2 (V_{SO} + iW_{SO}) \mathbf{l} \cdot \boldsymbol{\sigma}. \quad (4)$$

中性子弾性散乱の場合は、上式にさらに Mott-Schwinger 相互作用項 (クーロンスピン – 軌道相互作用項) が加わる。微視的モデルなので、ポテンシャルの動径依存性は各項のポテンシャルの強さを表す係数に含まれる。また、データを再現するように決められたエネルギー依存の規格化係数もポテンシャルの各項毎に存在する。文献 [5] において、 (p, p) と (n, n) 弾性散乱に加えさらに、 (p, n) 準弾性散乱 (IAS への遷移) データが解析され、Lane-consistent な光学ポテンシャルが確立された。

3 DWUCK4 の光学ポテンシャル

DWBA 計算コード DWUCK4 [6] が受け付ける光学ポテンシャルの形は次の通り。

$$U = Vf + iWf + ia_D W_D \frac{df}{dr} - (V_{SO} + iW_{SO}) \frac{1}{r} \frac{df}{dr} \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} + V_C. \quad (5)$$

表面吸収項は r の大きな領域で漸近的に負となる動径分布関数の係数として定義されているが、中心力項とスピン – 軌道力項は逆に漸近的に正となる動径分布関数の係数として定義されている。式 (1) の KD02 ポテンシャルとの相違としてはさらに、(1) 表面吸収項に係数 4 が無いこと、(2) スピン – 軌道力項に $(\hbar/m_\pi c)^2$ 因子が無いこと、(3) スピン – 軌道力項が $\boldsymbol{\sigma}$ ではなく $\mathbf{s} (= \frac{1}{2}\boldsymbol{\sigma})$ を含むことが挙げられる。クーロン相互作用は式 (3) の KD02 ポテンシャルの場合と同じである。

DWUCK4 の光学ポテンシャルとして外部フォームファクターオプションを利用する際には符号に関する注意が必要である。一般に動径方向のシュレーディンガー方程式は次で書き表せる。

$$\left\{ \frac{d^2}{dr^2} + k^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} - \frac{2\mu}{\hbar^2} V_{\text{OMP}} \right\} u = 0. \quad (6)$$

ここで u は $u = rR$ である。DWUCK4 では内部的に上式の $k^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} - \frac{2\mu}{\hbar^2} V_{\text{OMP}}$ にあたる部分をポテンシャルの配列変数 U (スピン – 軌道力項は V) としている。よって、光学ポテンシャル V_{OMP} は係数 $\frac{2\mu}{\hbar^2}$ とともに負符号を付して U (あるいは V) に足し込まれるべきである。しかしながら、外部入力フォームファクターに限ってはどのような訳かこれが正符号で配列変数 (U , V) に足し込まれている。このため、DWUCK4 で外部フォームファクターオプションを利用する際には、式 (5) に与えられた中心力体積項とスピン – 軌道力項の定義とは符号が反対のポテンシャルを入力する必要がある (あるいはポテンシャルのスケール因子の符号を変えておく必要がある)¹。なお、外部入力の光学ポテンシャルは原点を含んではならない。

¹ 因みに、DWUCK4 のいかなるマニュアル類を見ても、スピン – 軌道光学ポテンシャルを外部フォームファクターとして読み込めるとは書かれていないが、このオプションは実際には用意されている。外部フォームファ

4 DW81 の光学ポテンシャル

DWBA 計算コード DW81 [7] が受け付ける光学ポテンシャルの形は次の通り。

$$U = Vf + iWf - ia_D W_D \frac{df}{dr} - (V_{SO} + iW_{SO}) \frac{1}{r} \frac{df}{dr} \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} + V_C. \quad (7)$$

ポテンシャルの形は DWUCK4 とは表面吸収項の符号が異なるのみで、全ての項は r の大きな領域で漸近的に正となる動径関数の係数として定義される。外部フォームファクターとして光学ポテンシャルを入力する際もこの定義が適用される。DW81 では内部的に光学ポテンシャルは配列変数 U (スピン - 軌道力項は V) に足し込まれる。この際、式 (6) の $-k^2 + \frac{l(l+1)}{r^2} + \frac{2\mu}{\hbar^2} V_{OMP}$ に相当する部分が配列変数 U (もしくは V) に割り当てられる。すなわち、DWUCK4 の場合とは配列変数 U (もしくは V) の符号が逆である。このように、見かけの変数名が同じでも内容が異なる場合があるので、ソースコードを眺めて物事を判断する場合には注意が必要である。なお、外部入力の光学ポテンシャルは DWUCK4 と同様、原点を含んではならない。

5 各種文献のパラメータ間の相互の関係

表 1 に、KD02 ポテンシャルを DWBA 計算コード ECIS、DWUCK4、及び DW81 の入力形式に合わせるための変換式をまとめる。

表 2 に、Bauge ポテンシャルを DWBA 計算コード ECIS、DWUCK4、及び DW81 の入力形式に合わせるための変換式をまとめる。なお、これらのコードで外部フォームファクターオプションを使用する際には、式 (1)、(5)、及び (7) の動径関数 f 、 $-a \frac{df}{dr}$ 、及び $-\frac{1}{r} \frac{df}{dr}$ に対応する動径依存性は、ポテンシャルの各項に含まれることになる。またこの際、体積吸収項 W と表面吸収項 W_D の区別は消滅する。

図 1 に、KD02 ポテンシャル [1] を用いて計算される、ECIS と DWUCK4 の $E_p = 70$ MeV での $^{24}\text{O}(p, p)$ 弾性散乱断面積の比較を示す。両者の計算結果はほぼ完全に一致する。参考の為に、計算に用いた ECIS97 の入力スクリプトを次に示す。

```
70.00000 MeV 240 (p,p)
FFFFFFFFtFFffFFFFFFFFFFFFFFFFFTTTTTTTTTTTTTTTTTTTTTTTTTTtFftFfFFFFF
fffffftttttfttftttftttttttttttttttttttttttttttttttttttttttttttt
      1  800                       00  10          2
0.1          12.
 0.009   +   70.00000   0.50000   1.00730  24.00000   8.00000
        36.82       1.163       0.674
        7.70       1.163       0.674
        0.00       1.297       0.531
```

クターの読み込みに関する変数 F2 を F2=2 (REAL SPIN ORBIT)、あるいは F2=3 (IMAGINARY SPIN ORBIT) と指定することによりこれが可能である。文献 [6] のディスクレットに付属の DWUCK4 には、しかしながらバグが存在し、スピン - 軌道ポテンシャルを外部フォームファクターとして読み込んだ際に、このポテンシャルの有無をモニターする IBX 変数を 1 とする (IBX=1 のフラッグを立てる) ようにソースコードを変更しないと正しく計算が行なわれない。

3.81	1.297	0.531
4.39	0.961	0.590
-0.60	0.961	0.590
1.347	0.000	
0.0	1.12	0.55
0.5000	.50000	180.0000

FIN

同じく参考の為に、計算に用いた DWUCK4 の入力スクリプトを次に示す。

```

1001111141000010    240(p,p)240(0+,2+) lsj=202
180.0000  0.0000  1.0000
100  1  2  4
  0.1000  0.0000 20.0000  0.0000  0.0000
70.0000  1.0073  1.0000 24.0000  8.0000  1.3470  0.0000  0.0000  1.0000
  1.0000 -36.82  1.163  0.674  0.0000  -7.70  1.163  0.674  0.0000
  2.0000  0.0000  0.0000  0.0000  0.0000  15.24  1.297  0.531  0.0000
-4.0000 -17.56  0.961  0.590  0.0000   2.40  0.961  0.590  0.0000
  0.0000  1.0073  1.0000 24.0000  8.0000  1.3470  0.0000  0.0000  1.0000
  1.0000 -36.82  1.163  0.674  0.0000  -7.70  1.163  0.674  0.0000
  2.0000  0.0000  0.0000  0.0000  0.0000  15.24  1.297  0.531  0.0000
-4.0000 -17.56  0.961  0.590  0.0000   2.40  0.961  0.590  0.0000
  0.0000  1.0073  1.0000 24.0000  8.0000  1.3470  0.0000  0.0000  0.0000
  2.0000 -36.82  1.163  0.674  0.0000  -7.70  1.163  0.674  0.0000
  3.0000  0.0000  0.0000  0.0000  0.0000  15.24  1.297  0.531  0.0000
-5.0000 -17.56  0.961  0.590  0.0000   2.40  0.961  0.590  0.0000

```

9

図 2 に、Bauge 準微視的光学ポテンシャル [5] を用いて計算される、ECIS と DWUCK4 の $E_p = 70$ MeV での $^{24}\text{O}(p,p)$ 弾性散乱断面積の比較を示す。同じく両者の計算結果はほぼ一致する。一方、KD02 グローバルポテンシャルを用いた図 1 の結果とは若干異なるようである。準微視的光学ポテンシャルを導く上では標的核の陽子や中性子の密度分布の情報を与える必要がある。これらの核構造情報や光学ポテンシャルモデルそのものの相違が計算断面積にどう反映するかを調べることは、DWBA 計算の不定性を評価する上で重要であろう。

表 1: KD02 ポテンシャルの各項と DWBA 計算コード ECIS、DWUCK4、及び DW81 のポテンシャルの各項の対応関係。

KD02	ECIS	DWUCK4	DW81
$V(KD02)$	$V(ECIS) = V(KD02)$	$V(DWUCK4) = -V(KD02)$	$V(DW81) = -V(KD02)$
$W(KD02)$	$W(ECIS) = W(KD02)$	$W(DWUCK4) = -W(KD02)$	$W(DW81) = -W(KD02)$
$W_D(KD02)$	$W_D(ECIS) = W_D(KD02)$	$W_D(DWUCK4) = 4W_D(KD02)$	$W_D(DW81) = -4W_D(KD02)$
$V_{SO}(KD02)$	$V_{SO}(ECIS) = V_{SO}(KD02)$	$V_{SO}(DWUCK4) = -4V_{SO}(KD02)$	$V_{SO}(DW81) = -4V_{SO}(KD02)$
$W_{SO}(KD02)$	$W_{SO}(ECIS) = W_{SO}(KD02)$	$W_{SO}(DWUCK4) = -4W_{SO}(KD02)$	$W_{SO}(DW81) = -4W_{SO}(KD02)$

表 2: Bauge ポテンシャルの各項と、これを外部フォームファクターとして利用する場合の DWBA 計算コード ECIS、DWUCK4、及び DW81 のポテンシャルの各項の対応関係。Bauge ポテンシャルを DWUCK4 の入力形式に変換する際の負符号は、式 (5) のポテンシャルの定義によるものではない。これは、第 3 節で取り上げたように、外部フォームファクターオプションを使用する際に特異的に現れる DWUCK4 内部でのポテンシャルの符号の取り扱いに起因するものである。

Bauge

KD02	ECIS	DWUCK4	DW81
$V(Bauge)$	$V(ECIS) = -V(Bauge)$	$V(DWUCK4) = -V(Bauge)$	$V(DW81) = V(Bauge)$
$W(Bauge)$	$W(ECIS) = -W(Bauge)$	$W(DWUCK4) = -W(Bauge)$	$W(DW81) = W(Bauge)$
$V_{SO}(Bauge)$	$V_{SO}(ECIS) = -\frac{1}{2}V_{SO}(Bauge)$	$V_{SO}(DWUCK4) = -2V_{SO}(Bauge)$	$V_{SO}(DW81) = 2V_{SO}(Bauge)$
$W_{SO}(Bauge)$	$W_{SO}(ECIS) = -\frac{1}{2}W_{SO}(Bauge)$	$W_{SO}(DWUCK4) = -2W_{SO}(Bauge)$	$W_{SO}(DW81) = 2W_{SO}(Bauge)$

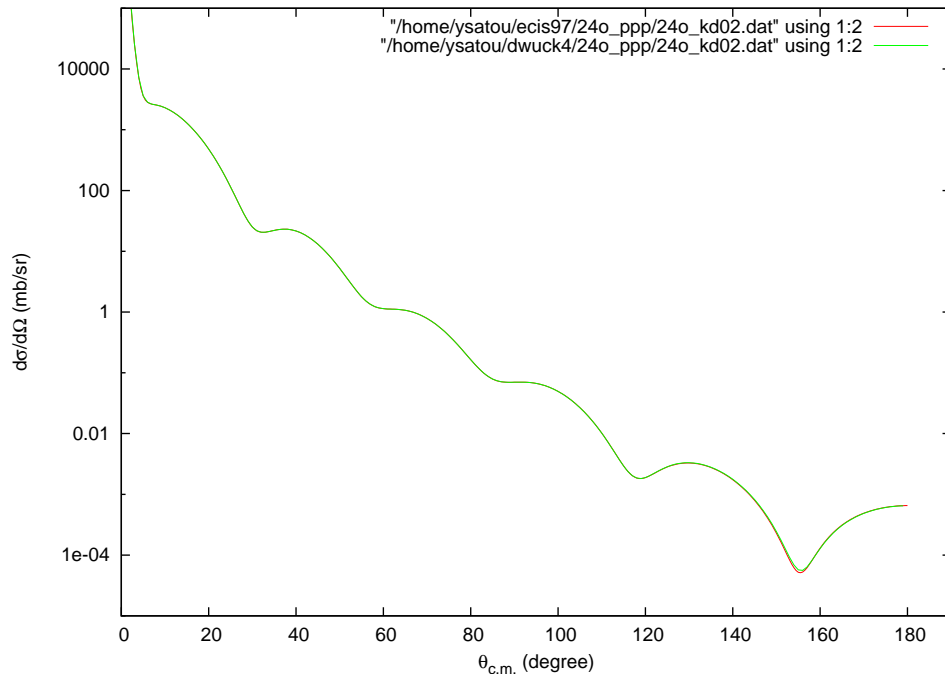


図 1: KD02 グローバル光学ポテンシャル [1] を用いた $E_p = 70$ MeV での $^{24}\text{O}(p, p)$ 弾性散乱断面積の ECIS と DWUCK4 の計算結果の比較。

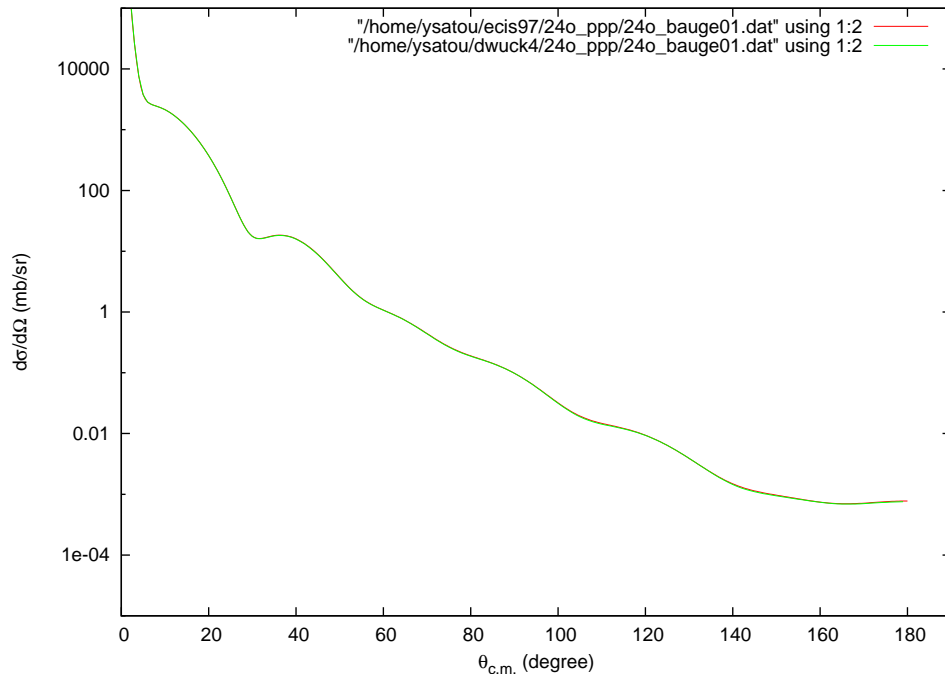


図 2: Bauge 準微視的光学ポテンシャル [5] を用いた $E_p = 70$ MeV での $^{24}\text{O}(p, p)$ 弾性散乱断面積の ECIS と DWUCK4 の計算結果の比較。

参考文献

- [1] A.J. Koning and J.P. Delaroche, Nucl. Phys. A 713 (2003) 231.
- [2] G.R. Satchler, *Direct Nuclear Reactions*, Oxford University Press (Oxford, 1983), p 457-458.
- [3] Program ECIS, J. Raynal, CEA Report No CEA-N-2772, 1994.
- [4] E. Bauge, J.P. Delaroche, and M. Girod, Phys. Rev. C 58 (1998) 1118.
- [5] E. Bauge, J.P. Delaroche, and M. Girod, Phys. Rev. C 63 (2001) 024607.
- [6] P.D. Kunz and E. Rost, in *Computational Nuclear Physics 2: Nuclear Reaction*, edited by K. Langanke, J.A. Maruhn, and S.E. Koonin, Springer-Verlag (New York, 1993), p. 88.
- [7] Program DWBA70, R. Schaeffer and J. Raynal (unpublished); Extended version DW81, J. R. Comfort (unpublished).