

# $n+^{12}\text{C} \rightarrow (n+p)+^{11}\text{B}$ 準弾性散乱の運動学 (I)

Y. Satou, Y. Makimura

September 4, 2024

## Abstract

$n+^{12}\text{C} \rightarrow (n+p)+^{11}\text{B}$  準弾性散乱の運動学を考察した。準弾性散乱を (I) 終状態の陽子と  $^{11}\text{B}$  の分解過程と、(II) 陽子とビーム中性子の散乱過程、の二つに分けて考える。前者 (I) について、(エネルギー・運動量) 保存則を満たす運動学状態を非相対論の枠組みで導く。

## 1 はじめに

中性子検出器の検出効率を計算するコード NEUT のチャンネル#6 の NPB&N2N 反応の記述を準弾性散乱に改めることを検討している。これに先立ち、 $n+^{12}\text{C} \rightarrow (n+p)+^{11}\text{B}$  反応の運動学の考察を開始した。ここでは、 $^{12}\text{C} \rightarrow p+^{11}\text{B}$  分解反応を想定した運動方程式を解き、終状態の運動学パラメータの導出を試みる。解析的な解の導出を目指したので、運動学には非相対論を用いた。

用いた各原子核の質量は、電子の質量を差し引いたものとする。表に具体的な値をまとめた。 $^{12}\text{C} \rightarrow p+^{11}\text{B}$  分解反応の  $Q$  値は、

$$M(^{12}\text{C}) = m_p + M(^{11}\text{B}) + Q, \quad (1)$$

より求まり、 $Q = -15.95669$  MeV である。

Table 1: 用いた各原子核の質量。

	$m_n$	$m_p$	$M(^{12}\text{C})$	$M(^{11}\text{B})$
質量 (MeV)	939.56542052	938.27208816	11174.86323	10252.54783

## 2 始状態の $^{12}\text{C}$ 核内の陽子と $^{11}\text{B}$ が相対運動エネルギーを持たない場合

まず、始状態の  $^{12}\text{C}$  核内の陽子と  $^{11}\text{B}$  が相対運動エネルギーを持たない場合を考える。 $^{11}\text{B}$  は  $^{12}\text{C}$  核内では、質量の変更を受けいわばバーチャルな存在である。陽子は  $^{12}\text{C}$  核内では質量の変更は受けなかった。陽子の入射中性子との散乱は、本報告では考察外とする。ここでは、 $^{12}\text{C}$  核内で静止した陽子は、中性子の通過後も静止状態

を保つとする。一方、終状態で分解反応を経て出現する  $^{11}\text{B}$  についてはこの限りではなく、全エネルギー  $E(^{11}\text{B})$  と、ビーム方向に一定の運動量  $P'$  を持つとする。

中性子ビームの全エネルギーを  $E_n$ 、標的通過後の（零度方向に出射する）中性子の全エネルギーを  $E'_n$  とするとエネルギー保存則は下記となる。

$$E_n + M(^{12}\text{C}) = E'_n + m_p + E(^{11}\text{B}). \quad (2)$$

反応前後の中性子の運動量を  $p_n$  と  $p'_n$  とし、非相対論を用いるとこの関係は以下の様になる。

$$\frac{p_n^2}{2m_n} + Q = \frac{p_n'^2}{2m_n} + \frac{P'^2}{2M}. \quad (3)$$

ここで、 $M = M(^{11}\text{B})$  とした。運動量保存則は下記の通り。

$$p_n = p'_n + P'. \quad (4)$$

式 (3) と式 (4) を解くと次を得る。

$$p'_n = \frac{1}{M + m_n} \left( m_n p_n + M \sqrt{p_n^2 + 2Qm_n \left(1 + \frac{m_n}{M}\right)} \right), \quad (5)$$

$$P' = \frac{1}{M + m_n} \left( M p_n - M \sqrt{p_n^2 + 2Qm_n \left(1 + \frac{m_n}{M}\right)} \right). \quad (6)$$

### 3 始状態の $^{12}\text{C}$ 核内の陽子と $^{11}\text{B}$ がビーム方向の相対運動量を持つ場合

次に、 $^{12}\text{C}$  核内の陽子と  $^{11}\text{B}$  がそれぞれ運動量  $p$ （フェルミ運動量  $\sigma$  と見做されるもの）を持つ場合を考察する。終状態の  $^{11}\text{B}$  の運動量は  $P'$  で、方向はビーム方向とする（ $^{12}\text{C}$  核内のフェルミ運動は分解過程を経た後に  $^{11}\text{B}$  においてのみ変更を受けるとするモデル）。陽子の方向はビームと反対方向とし、運動量の絶対値 ( $p$ ) は  $^{12}\text{C}$  核内でのフェルミ運動の値と同じとする ( $p = \sigma$ )。陽子の運動状態は中性子の通過によって擾乱されないとする。中性子は偏向されないとする（零度散乱に相当）。エネルギー・運動量の保存則は下記の通り。

$$\frac{p_n^2}{2m_n} + Q = \frac{p_n'^2}{2m_n} + \frac{p^2}{2m_p} + \frac{P'^2}{2M}, \quad (7)$$

$$p_n = p'_n - p + P'. \quad (8)$$

式 (7) と式 (8) を解くと次を得る。

$$p'_n = \frac{m_n(p_n + p)}{M + m_n} + \frac{M}{M + m_n} \sqrt{p_n^2 + 2Qm_n \left(1 + \frac{m_n}{M}\right) - \frac{m_n}{m_p} \left(1 + \frac{m_n}{M}\right) p^2 - \frac{m_n}{M} p(2p_n + p)}. \quad (9)$$

フェルミ運動量 ( $p = \sigma$ ) を変化させた時の反応後の中性子、 $^{11}\text{B}$ 、及び陽子の運動量と運動エネルギーの変化を図 1 に示す。入射中性子のエネルギーは  $T_n = 200 \text{ MeV}$  ( $p_n = 613.04663 \text{ MeV}/c$ ) とした。 $^{11}\text{B}$  の反跳エネルギーは  $\sigma = 200 \text{ MeV}/c$  の場合でも

3.44961 MeV と低く抑えられている。一方で、CECIL で採用された  $n+^{12}\text{C} \rightarrow d+^{11}\text{B}$  モデルでは、イベント生成がなされる  $\theta_{\text{cm}}$  の範囲  $\theta_{\text{cm}} = [0^\circ, 90^\circ]$  内で、反跳  $^{11}\text{B}$  の運動エネルギーが 40 MeV 程度にまで達する [1]。この点は、準弾性散乱の考え方をベースにした今回のモデルの帰結と大きく異なると言える。

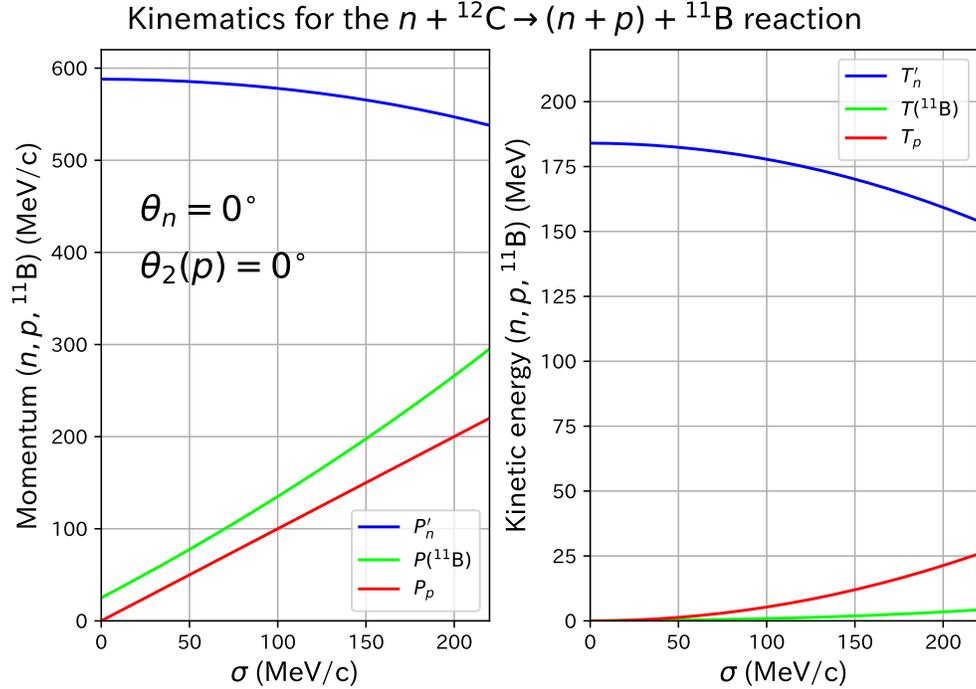


Figure 1:  $T_n = 200$  MeV での  $n+^{12}\text{C} \rightarrow (n + p)+^{11}\text{B}$  反応の運動学。陽子のフェルミ運動量  $\sigma$  (向きはビームと反対方向) を変化させた際の各粒子の運動量 (左パネル) と運動エネルギー (右パネル) の変化を示す。中性子は偏向せず直進するとした。

#### 4 始状態の $^{12}\text{C}$ 核内の陽子と $^{11}\text{B}$ が一般的な任意の方向を向く相対運動量を持つ場合

最後に、 $^{12}\text{C}$  核内の陽子と  $^{11}\text{B}$  が一般的な任意の方向を持つ相対運動量を持つ場合を考察する。中性子が通過後の分解過程を経た後の陽子と  $^{11}\text{B}$  の運動量ベクトルをそれぞれ、 $p$  と  $P'$  とする。運動量ベクトルのダイアグラムを図 2 に示す。陽子の運動量ベクトルはビームと反対方向から時計回りに  $\theta_2$  の方向を向く。 $^{11}\text{B}$  の運動量ベクトルはビーム方向から時計回りに  $\theta_1$  の方向を向く。ビームの反応前後の運動量はそれぞれ  $p_n$  と  $p'_n$  で、図 2 の  $P_z$  方向を向く。

エネルギー保存則は式 (7) と同じである。運動量保存則は下記の通り。

$$P' \sin \theta_1 = p \sin \theta_2, \quad (10)$$

$$p_n = p'_n - p \cos \theta_2 + P' \cos \theta_1. \quad (11)$$

式 (7)、式 (10)、及び式 (11) を解くと次を得る。

$$p'_n = \frac{m_n(p_n + p \cos \theta_2)}{M + m_n} + \frac{M}{M + m_n} \sqrt{p_n^2 + 2Qm_n \left(1 + \frac{m_n}{M}\right) - \frac{m_n}{m_p} \left(1 + \frac{m_n}{M}\right) p^2 - \frac{m_n}{M} p(2p_n \cos \theta_2 + p) - \left(\frac{m_n}{M}\right)^2 (p \sin \theta_2)^2}, \quad (12)$$

$$P' = \sqrt{p^2 + (p_n - p'_n)^2 + 2(p_n - p'_n)p \cos \theta_2}, \quad (13)$$

$$\theta_1 = \tan^{-1} \left( \frac{p \sin \theta_2}{p_n - p'_n + p \cos \theta_2} \right). \quad (14)$$

図 3 に、陽子のフェルミ運動量が  $\sigma = 90 \text{ MeV}/c$  ( $=p$ )、方位が  $\theta_2 = [0^\circ, 360^\circ]$  の場合の、分解過程後の陽子と  $^{11}\text{B}$  の運動量の軌跡 (trajectory) を示す。 $^{11}\text{B}$  の軌跡は中性子ビームの方向に偏心していることが分かる。これは、今回の分解反応過程に関する運動学的仮定とエネルギー・運動量保存則から必然的に導かれる帰結である。

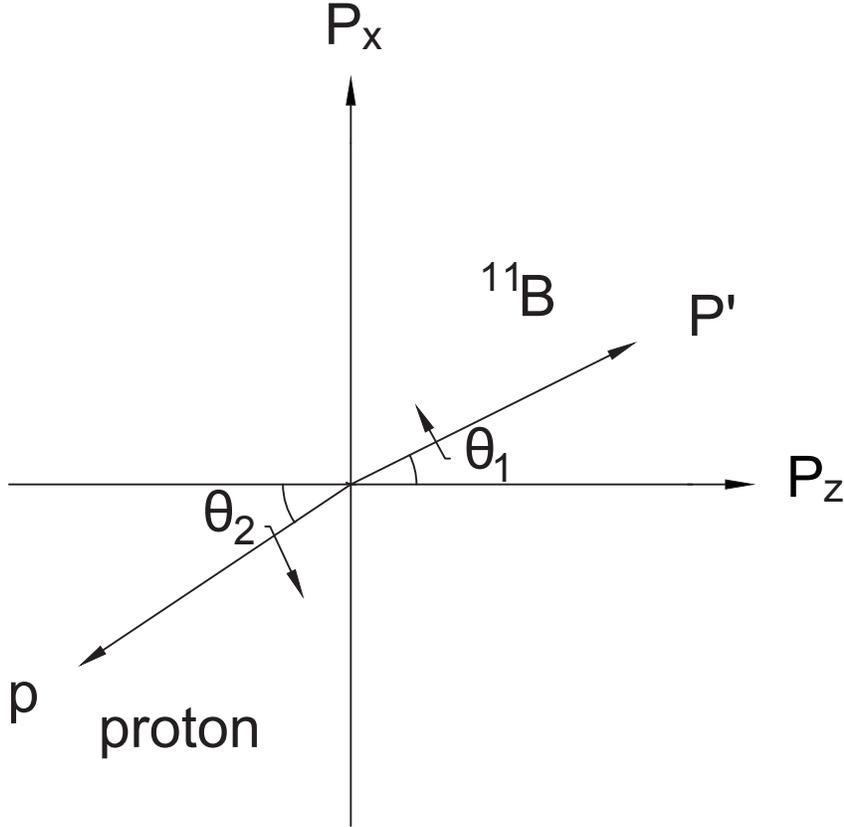


Figure 2: 標的の静止系における、 $\theta_n = 0^\circ$  での  $n+^{12}\text{C} \rightarrow (n+p)+^{11}\text{B}$  分解反応後の陽子と  $^{11}\text{B}$  核の運動量ベクトルの可能なダイアグラム。 $\theta_2$  と陽子の運動量  $p$  ( $=\sigma$ : フェルミ運動量) が独立変数に取られる。

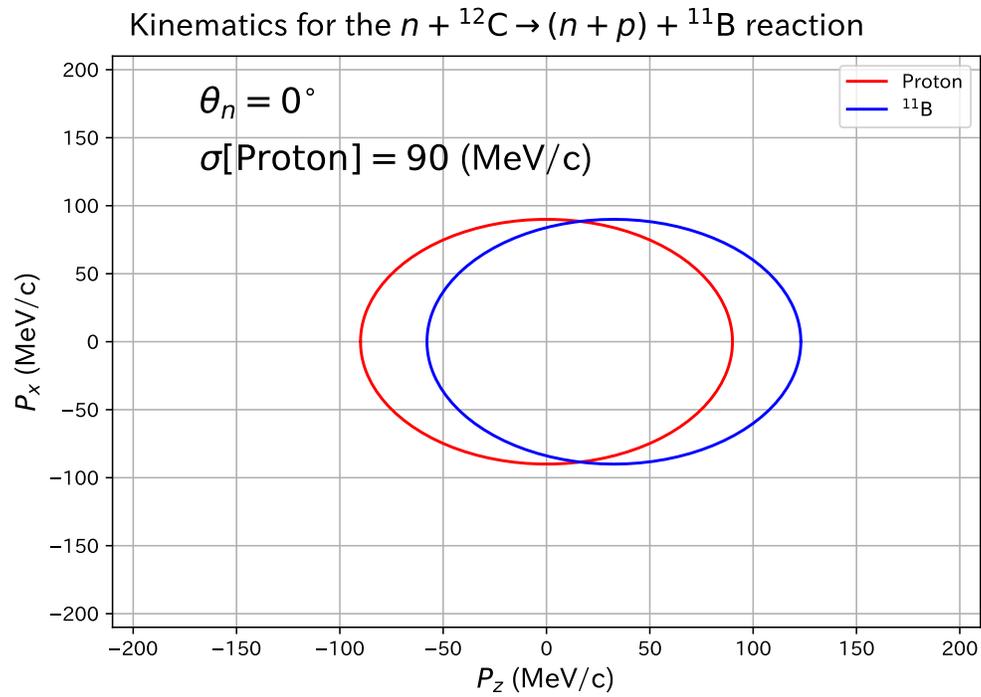


Figure 3: 陽子のフェルミ運動量が  $\sigma = 90 \text{ MeV/c}$  ( $=p$ )、方位が  $\theta_2 = [0^\circ, 360^\circ]$  の場合の、分解過程後の陽子と  ${}^{11}\text{B}$  の運動量の軌跡。

## References

- [1] NEUT: n-C (inelastic scattering) Event generation model for the NPB&N2N channel (Y.Satou, Y.Makimura).