

$n+^{12}\text{C} \rightarrow (n+p)+^{11}\text{B}$ 準弾性散乱の運動学 (II)

Y. Satou, Y. Makimura

September 4, 2024

Abstract

$n+^{12}\text{C} \rightarrow (n+p)+^{11}\text{B}$ 準弾性散乱の運動学を引き続き考察した。準弾性散乱の前段階としての、陽子と ^{11}B の分解過程において、 ^{11}B のフェルミ運動量が中性子通過後も保持されるとの条件で緒パラメータを導出した。

1 はじめに

前回の $n+^{12}\text{C} \rightarrow (n+p)+^{11}\text{B}$ 反応の運動学の考察 [1] では、準弾性散乱の前段階としての、標的炭素 (^{12}C) の陽子と ^{11}B の分解過程において、陽子のフェルミ運動量が中性子通過後も保持されるとの条件から出発した。この条件は唯一のものではない。ここでは、同分解過程において、 ^{11}B のフェルミ運動量が保持されるとの別の前提から出発して緒パラメータを導出した。

2 始状態の ^{12}C 核内の陽子と ^{11}B が相対運動エネルギーを持たない場合

まず、始状態の ^{12}C 核内の陽子と ^{11}B が相対運動エネルギーを持たない場合を考える。 ^{11}B は ^{12}C 核内では、質量の変更を受けいわばバーチャルな存在である。陽子は ^{12}C 核内では質量の変更は受けなかった。ここでは、 ^{12}C 核内で静止した ^{11}B が、中性子の通過後も静止状態を保つとする。一方、終状態で分解反応を経て出現する陽子についてはこの限りではなく、全エネルギー E_p と、ビーム方向に一定の運動量 p' を持つとする。

中性子ビームの全エネルギーを E_n 、標的通過後の（零度方向に出射する）中性子の全エネルギーを E'_n とするとエネルギー保存則は下記となる。

$$E_n + M(^{12}\text{C}) = E'_n + E_p + M(^{11}\text{B}). \quad (1)$$

反応前後の中性子の運動量を p_n と p'_n とし、非相対論を用いるとこの関係は以下の様になる。

$$\frac{p_n^2}{2m_n} + Q = \frac{p'_n{}^2}{2m_n} + \frac{p'^2}{2m_p}. \quad (2)$$

運動量保存則は下記の通り。

$$p_n = p'_n + p'. \quad (3)$$

式 (2) と式 (3) を解くと次を得る。

$$p'_n = \frac{1}{m_p + m_n} \left(m_n p_n + m_p \sqrt{p_n^2 + 2Qm_n \left(1 + \frac{m_n}{m_p} \right)} \right), \quad (4)$$

$$p' = \frac{m_p}{m_p + m_n} \left(p_n - \sqrt{p_n^2 + 2Qm_n \left(1 + \frac{m_n}{m_p} \right)} \right). \quad (5)$$

3 始状態の ^{12}C 核内の陽子と ^{11}B がビーム方向の相対運動量を持つ場合

次に、 ^{12}C 核内の陽子と ^{11}B がそれぞれ運動量 p (フェルミ運動量 σ と見做されるもの) を持つ場合を考察する。終状態の ^{11}B の運動量を p ($= \sigma$: ^{12}C 核内でのフェルミ運動の値)、その方向はビーム方向と反対方向とする (^{12}C 核内のフェルミ運動は分解過程を経た後に陽子においてのみ変更を受け、 ^{11}B の運動状態は (質量を除いて) 中性子の通過によって擾乱されない)。陽子はビーム方向に運動量 p' を持つものとする。中性子は偏向されないとする (零度散乱に相当)。エネルギー・運動量の保存則は下記の通り。

$$\frac{p_n^2}{2m_n} + Q = \frac{p_n'^2}{2m_n} + \frac{p'^2}{2m_p} + \frac{p^2}{2M}, \quad (6)$$

$$p_n = p'_n + p' - p. \quad (7)$$

式 (6) と式 (7) を解くと次を得る。

$$p'_n = \frac{m_n(p_n + p)}{m_p + m_n} + \frac{m_p}{m_p + m_n} \sqrt{\frac{p_n^2 + 2Qm_n \left(1 + \frac{m_n}{m_p} \right) - \frac{m_n}{m_p} \left(1 + \frac{m_n}{M} \right) p^2}{- \frac{m_n}{M} p \left(2 \frac{M}{m_p} p_n + p \right)}}. \quad (8)$$

フェルミ運動量 ($p = \sigma$) を変化させた時の反応後の中性子、 ^{11}B 、及び陽子の運動量と運動エネルギーの変化を図 1 に示す。入射中性子のエネルギーは $T_n = 200$ MeV ($p_n = 613.04663$ MeV/c) とした。 ^{11}B の反跳エネルギーは $\sigma = 200$ MeV/c の場合でも 1.95073 MeV と低く抑えられている。一方で、陽子のエネルギーは、今回考慮した σ 値の上限近傍 ($\sigma \sim 210$ MeV/c) において、 $\sigma = 0$ MeV/c での反応後の中性子エネルギー (183.69629 MeV) を二等分する程度にまで値が増加する。

4 始状態の ^{12}C 核内の陽子と ^{11}B が一般的な任意の方向を向く相対運動量を持つ場合

最後に、 ^{12}C 核内の陽子と ^{11}B が一般的な任意の方向を持つ (フェルミ運動に起因する) 相対運動量を持つ場合を考察する。中性子が通過後の分解過程を経た後の陽子と ^{11}B の運動量ベクトルをそれぞれ、 p' と p とする。運動量ベクトルのダイアグラムを図 2 に示す。 ^{11}B の運動量ベクトルはビームと反対方向から時計回りに θ_2 の方向

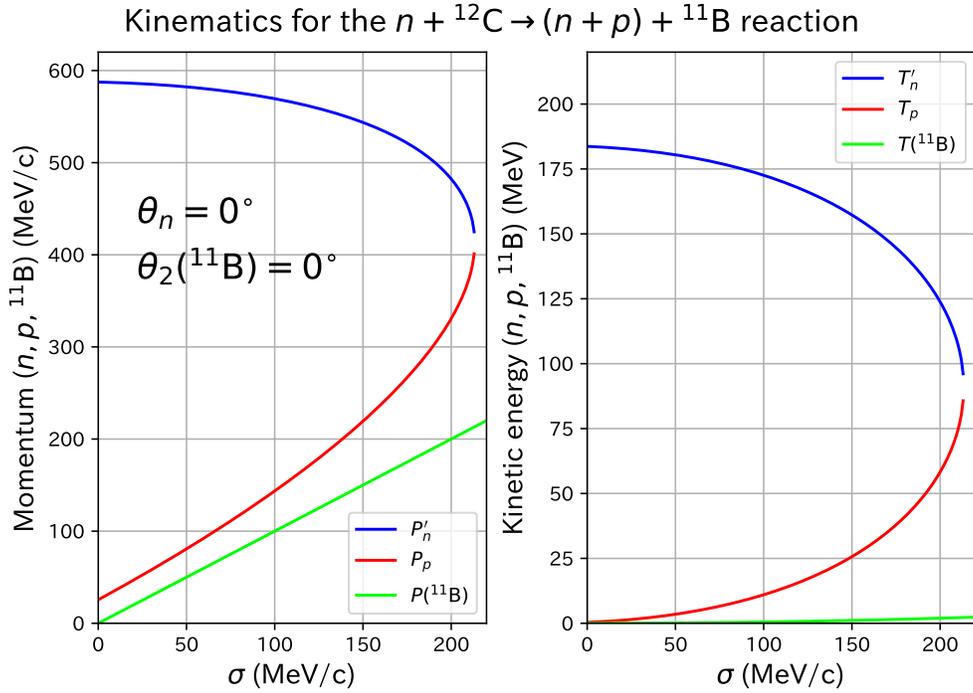


Figure 1: $T_n = 200$ MeV での $n + {}^{12}\text{C} \rightarrow (n + p) + {}^{11}\text{B}$ 反応の運動学。
 ${}^{11}\text{B}$ のフェルミ運動量 σ (向きはビームと反対方向) を変化させた際の各粒子の運動量 (左パネル) と運動エネルギー (右パネル) の変化を示す。中性子は偏向せず直進するとした。

を向く。陽子の運動量ベクトルはビーム方向から時計回りに θ_1 の方向を向く。ビームの反応前後の運動量はそれぞれ p_n と p'_n で、図 2 の P_z 方向を向く。

エネルギー保存則は式 (6) と同じである。運動量保存則は下記の通り。

$$p' \sin \theta_1 = p \sin \theta_2, \quad (9)$$

$$p_n = p'_n - p \cos \theta_2 + p' \cos \theta_1. \quad (10)$$

式 (6)、式 (9)、及び式 (10) を解くと次を得る。

$$p'_n = \frac{m_n(p_n + p \cos \theta_2)}{m_p + m_n} + \frac{m_p}{m_p + m_n} \sqrt{\frac{p_n^2 + 2Qm_n \left(1 + \frac{m_n}{m_p}\right) - \frac{m_n}{m_p} \left(1 + \frac{m_n}{M}\right) p^2}{- \frac{m_n}{M} p \left(2 \frac{M}{m_p} p_n \cos \theta_2 + p\right) - \left(\frac{m_n}{m_p}\right)^2 (p \sin \theta_2)^2}}, \quad (11)$$

$$p' = \sqrt{p^2 + (p_n - p'_n)^2 + 2(p_n - p'_n)p \cos \theta_2}, \quad (12)$$

$$\theta_1 = \tan^{-1} \left(\frac{p \sin \theta_2}{p_n - p'_n + p \cos \theta_2} \right). \quad (13)$$

図 3 に、 ${}^{11}\text{B}$ のフェルミ運動量が $\sigma = 90$ MeV/c ($=p$)、方位が $\theta_2 = [0^\circ, 360^\circ]$ の場合の、分解過程後の陽子と ${}^{11}\text{B}$ の運動量の軌跡 (trajectory) を示す。陽子の軌跡は中性子ビームの方向に偏心していることが分かる。これは、今回の分解反応過程に関する運動学的仮定とエネルギー・運動量保存則の必然の帰結である。

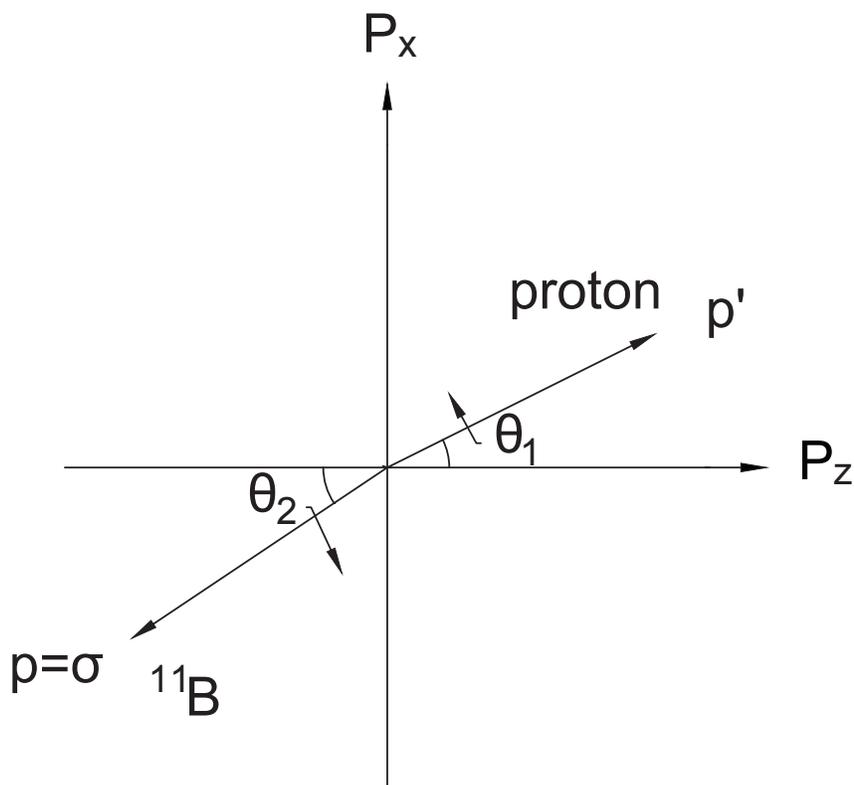


Figure 2: 標的の静止系における、 $\theta_n = 0^\circ$ での $n+^{12}\text{C} \rightarrow (n+p)+^{11}\text{B}$ 分解反応後の陽子と ^{11}B 核の運動量ベクトルの可能なダイアグラム。 θ_2 と ^{11}B の運動量 p ($=\sigma$: フェルミ運動量) が独立変数に取られる。

5 $\theta_n = 0^\circ$ での散乱における終状態の各粒子の運動学変数の範囲

報告 [1] と本報告で見たように、 $n+^{12}\text{C} \rightarrow (n+p)+^{11}\text{B}$ 準弾性散乱において、 $\theta_n = 0^\circ$ の条件といえども、初期のフェルミ運動を分解過程後に保持する粒子の種類を変えると、得られる終状態の運動学状態が変わることが分かった。それぞれの考察で得た結果がとり得る運動学範囲の限界値であると想定して、運動量と運動エネルギーのとり得る範囲を出射中性子、陽子、 ^{11}B についてプロットしたものを、それぞれ図 4、図 5、及び図 6 に示す。

References

- [1] Kinematics of the $n+^{12}\text{C} \rightarrow (n+p)+^{11}\text{B}$ quasi-free elastic scattering (I) (Y.Satou, Y.Makimura).

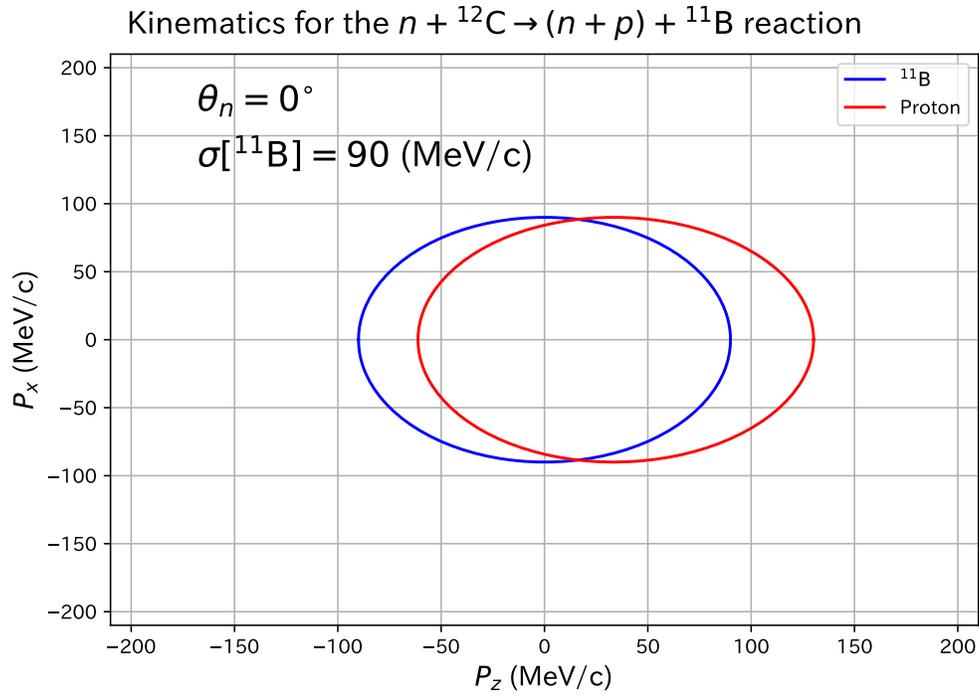


Figure 3: ${}^{11}\text{B}$ のフェルミ運動量が $\sigma = 90 \text{ MeV/c}$ ($=p$)、方位が $\theta_2 = [0^\circ, 360^\circ]$ の場合の、分解過程後の陽子と ${}^{11}\text{B}$ の運動量の軌跡。

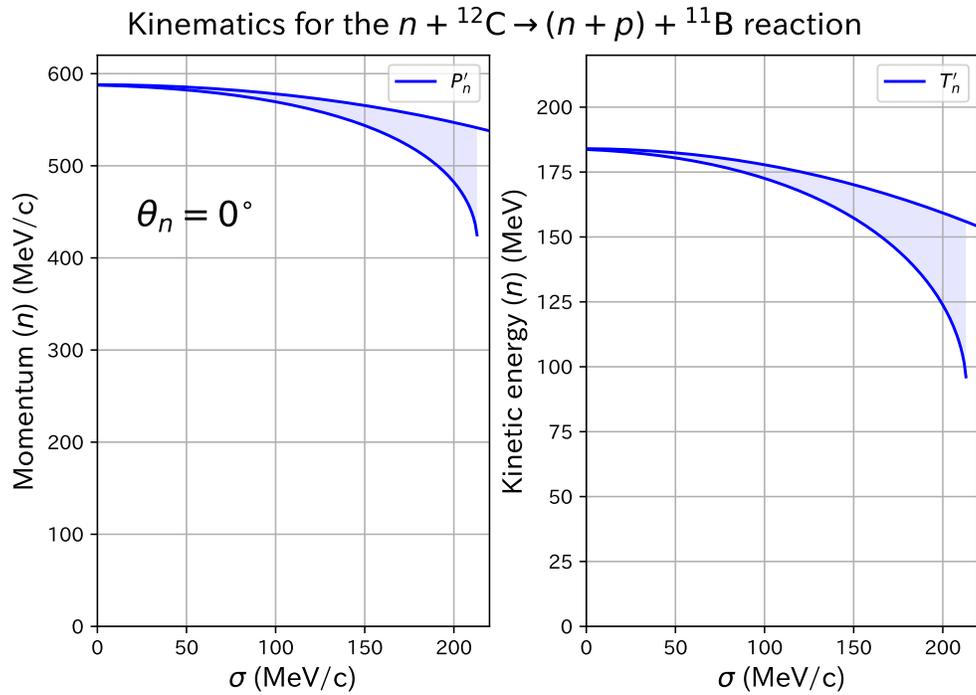


Figure 4: $\theta_n = 0^\circ$ での $n + {}^{12}\text{C} \rightarrow (n + p) + {}^{11}\text{B}$ 準弾性散乱における、出射中性子の運動量とエネルギーのとり得る範囲。初期フェルミ運動パラメータ σ の関数として示す。

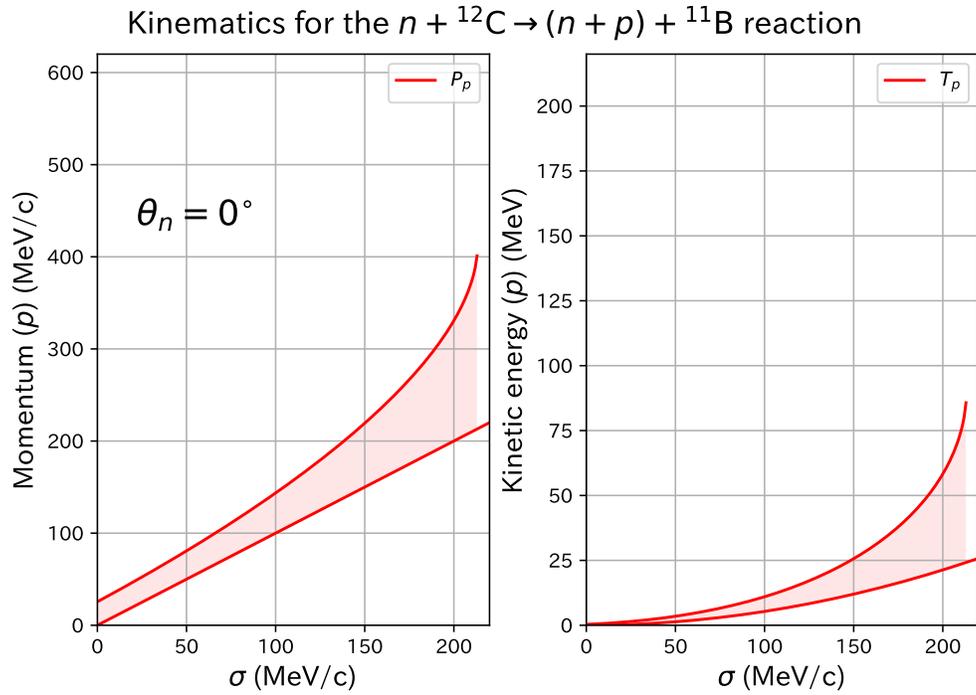


Figure 5: $\theta_n = 0^\circ$ での $n + {}^{12}\text{C} \rightarrow (n + p) + {}^{11}\text{B}$ 準弾性散乱における、陽子の運動量とエネルギーのとり得る範囲。初期フェルミ運動パラメータ σ の関数として示す。

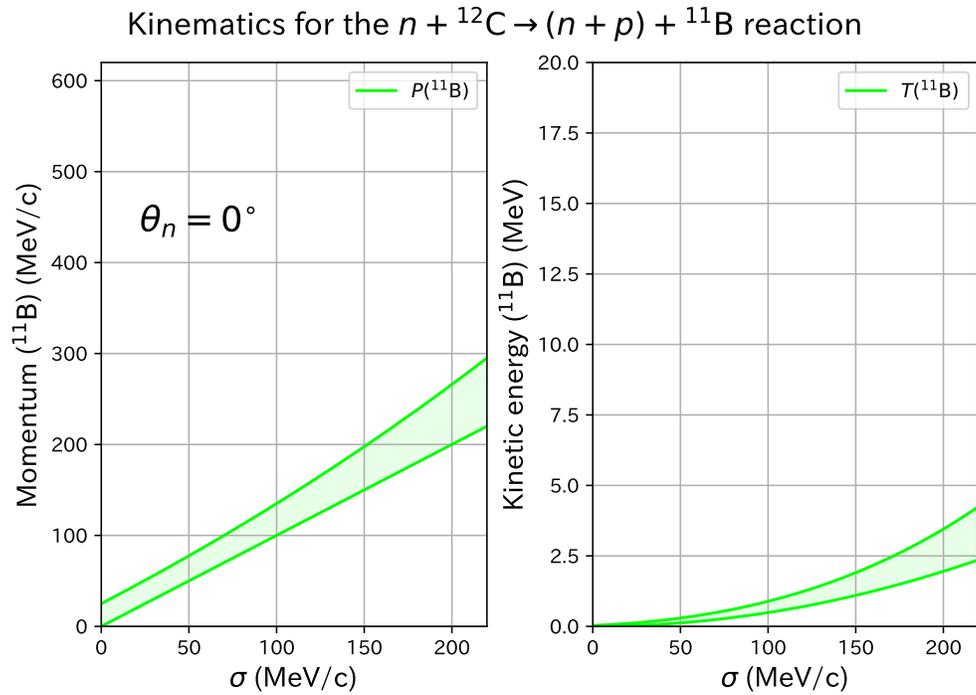


Figure 6: $\theta_n = 0^\circ$ での $n + {}^{12}\text{C} \rightarrow (n + p) + {}^{11}\text{B}$ 準弾性散乱における、 ${}^{11}\text{B}$ の運動量とエネルギーのとり得る範囲。初期フェルミ運動パラメータ σ の関数として示す。